

Operações de Consulta — Selecção

Selecção — pretende-se filtrar a informação que pretendemos obter. Para tal define-se um um predicado cujos os argumentos são atributos da relação em questão.

$$\sigma : \mathbb{B} \times R \longrightarrow R$$

$$(P(a_1, \dots, a_j), r) \longmapsto \sigma_{P(a_1, \dots, a_j)}(r)$$

Exemplo

$$\sigma_{A=B \wedge D > 5}$$

A	B	C	D
a	a	1	7
a	b	5	7
b	b	12	3
b	b	23	10

$$=$$

A	B	C	D
a	a	1	7
b	b	23	10

89 / 299

Selecção

Notação: $\sigma_{P(t)}(r)$, P é designado por predicado de selecção.

Definição: $\sigma_{P(t)}(r) = \{t \mid t \in r \wedge P(t)\}$

- ▶ Em que P é uma fórmula do cálculo proposicional constituída por termos ligados por: \wedge (**e**), \vee (**ou**), \neg (**não**).
- ▶ Cada termo é uma expressão nos atributos da relação, a qual pode conter:
 - ▶ os atributos da relação;
 - ▶ constantes;
 - ▶ operadores e funções pré-definidas (e.g. \sin, \cos, \dots);
 - ▶ operadores relacionais: $=, \neq, >, \geq, <, \leq$.

Exemplo de selecção:

$\sigma_{\text{balcaoNome}='Baixa'}(\text{conta})$

90 / 299

Projecção

Projecção — pretende-se definir quais os predicados é que vão ser visíveis para uma dada relação.

$$\Pi : \mathbb{A} \times R \longrightarrow R$$

$$(a_1, \dots, a_j, r) \longmapsto \Pi_{a_1, \dots, a_j}(r)$$

em que por \mathbb{A} , se entende o conjunto dos atributos de R .

Exemplo

$$\Pi_{A,C}$$

A	B	C
a	10	1
a	20	1
b	30	1
b	40	2

$$=$$

A	C
a	1
a	1
b	1
b	2

$$=$$

A	C
a	1
b	1
b	2

91 / 299

Projecção

Notação: $\Pi_{a_1, \dots, a_k}(r)$, com $a_i \in \mathbb{A}$, para $1 \leq i \leq k$. Isto é os a_i s são atributos de R .

Definição: $\Pi_{a_1, \dots, a_k}(r)$ é definida como sendo a instância de relação r , contendo somente as colunas referentes aos atributos a_1, \dots, a_k .

Dado o resultado final ser uma relação (conjunto) os tuplos repetidos são automaticamente retirados.

Exemplo de projecção:

$\Pi_{\text{numero}, \text{quantia}}(\text{conta})$

elimina-se o atributo `balcaoNome` da relação `conta`.

92 / 299

União

União — pretende-se fazer a união dos tuplos de duas relações.

$$\begin{aligned} \cup &: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} \\ (r, s) &\longmapsto r \cup s \end{aligned}$$

Exemplo

A	B
a	1
a	2
b	1

 \cup

A	B
a	2
b	3

 =

A	B
a	1
a	2
b	1
b	3

93 / 299

Diferença

Diferença — pretende-se fazer a diferença (de conjuntos) dos tuplos de duas relações.

$$\begin{aligned} - &: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} \\ (r, s) &\longmapsto r - s \end{aligned}$$

Exemplo

A	B
a	1
a	2
b	1

 -

A	B
a	2
b	3

 =

A	B
a	1
b	1

95 / 299

União

Notação: $r \cup s$.

Definição:

$$r \cup s = \{t \mid t \in r \vee t \in s\}$$

Pré-condições: Para $r \cup s$ ser válida:

- ▶ r, s devem ter a mesma aridade (igual número de atributos);
- ▶ os atributos têm de ser compatíveis (valores de tipos compatíveis);

Exemplo de união:

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{ClienteDep}) \cup \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{ClienteEmp})$$

determina quais os nomes dos clientes que têm uma conta, ou um empréstimo.

A utilização da operação de projecção é aqui necessária para compatibilizar duas relações que, à partida, não são compatíveis.

94 / 299

Diferença

Notação: $r - s$.

Definição:

$$r - s = \{t \mid t \in r \wedge t \notin s\}$$

Pré-condições: Para $r - s$ ser válida:

- ▶ r, s devem ter a mesma aridade (igual número de atributos);
- ▶ os atributos têm de ser compatíveis (valores de tipos compatíveis);

Exemplo de diferença:

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{ClienteDep}) - \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{ClienteEmp})$$

determina quais os nomes dos clientes que têm uma conta depósito, mas não possuem nenhum empréstimo.

A utilização da operação de projecção é aqui necessária para compatibilizar duas relações que, à partida, não são compatíveis.

96 / 299

Produto Cartesiano

Produto Cartesiano — pretende-se fazer a junção das duas relações através do seu produto cartesiano.

$$\begin{aligned} \times : R \times R &\longrightarrow R \\ (r, s) &\longmapsto r \times s \end{aligned}$$

Exemplo

A	B	×	C	D	E	=	A	B	C	D	E
a	1		a	10	x		a	1	a	10	x
b	2		b	10	x		a	1	b	10	x
b	2		b	20	y		a	1	c	10	y
b	2		c	10	y		b	2	a	10	x
b	2		b	10	x		b	2	b	10	x
b	2		b	20	y		b	2	b	20	y
b	2		b	2	c		b	2	c	10	y

97 / 299

Produto Cartesiano

Notação: $r \times s$.

Definição:

$$r \times s = \{tq \mid t \in r \wedge q \in s\}$$

Pré-condições: Para $r \times s$ ser válida:

- ▶ as relações R, S devem ser disjuntas.

Se as relações não forem disjuntas ter-se-á de utilizar renomeações (veremos já de seguida como).

98 / 299

Renomeação

- ▶ Permite dar um nome, e portanto referir, aos resultados de expressões de álgebra relacional.
- ▶ Permite que uma relação seja referida por mais do que um nome.
- ▶ Exemplo:

$$\rho_X(E)$$

Devolve a expressão E com o nome X .

- ▶ Se uma expressão de álgebra relacional E tem aridade n , então:

$$\rho_{X(a_1, a_2, \dots, a_n)}(E)$$

Devolve a expressão E com o nome X , e com os atributos renomeados para a_1, a_2, \dots, a_n .

99 / 299

Renomeação

Exemplo:

$$\rho_{X(a_1, a_2, a_3, a_4)}(r(A, B, C, D)) = X(a_1, a_2, a_3, a_4)$$

Pode-se dar o caso de só se pretender mudar o nome da relação, mantendo os nomes dos atributos. Nesse caso omite-se a componente referente aos atributos. Por exemplo:

$$\rho_{X(r(A, B, C, D))} = X(A, B, C, D)$$

100 / 299

Composição de Operações

Pode-se construir expressões combinando várias operações

Exemplo:

$$\sigma_{A=C} \left(\begin{array}{|c|c|} \hline \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \hline a & 1 \\ \hline b & 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline a & 10 & x \\ \hline b & 10 & x \\ \hline b & 20 & y \\ \hline c & 10 & y \\ \hline \end{array} \right) = \sigma_{A=C} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline a & 1 & a & 10 & x \\ \hline a & 1 & b & 10 & x \\ \hline a & 1 & b & 20 & y \\ \hline a & 1 & c & 10 & y \\ \hline b & 2 & a & 10 & x \\ \hline b & 2 & b & 10 & x \\ \hline b & 2 & b & 20 & y \\ \hline b & 2 & c & 10 & y \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \mathbf{A} & \mathbf{B} & \mathbf{C} & \mathbf{D} & \mathbf{E} \\ \hline a & 1 & a & 10 & x \\ \hline b & 2 & b & 10 & x \\ \hline b & 2 & b & 20 & y \\ \hline \end{array}$$

101/299

Definição Formal

Uma expressão básica na álgebra relacional é:

- ▶ Uma relação na base de dados;
- ▶ Uma relação constante.

Sejam E_1 e E_2 expressões de álgebra relacional; então todas as expressões abaixo são expressões de álgebra relacional:

- ▶ $E_1 \cup E_2$;
- ▶ $E_1 - E_2$;
- ▶ $E_1 \times E_2$;
- ▶ $\sigma_P(E_1)$, com P um predicado nos atributos de E_1 ;
- ▶ $\Pi_S(E_1)$, com S uma lista de alguns dos atributos de E_1 ;
- ▶ $\rho_X(E_1)$, com X um novo nome para o resultado de E_1 ;

102/299

Exemplo Bancário

- ▶ Modelo Relacional

```
balcao(nomeBalcao, cidadeBalcao, depositos)
cliente(nomeCliente, enderecoCliente, tipoCliente)
conta(nConta, nomeBalcao, balanco)
emprestimo(nEmprestimo, nomeBalcao, quantia)
temConta(nomeCliente, nConta)
temEmprestimo(nomeCliente, nEmprestimo)
```

- ▶ Consultas de Exemplo

- ▶ Determinar todos os empréstimos superiores a 1200€

$$\sigma_{\text{quantia} > 1200}(\text{emprestimo})$$

- ▶ Encontrar os números dos empréstimos de montante superior a 1200€

$$\Pi_{\text{nEmprestimo}}(\sigma_{\text{quantia} > 1200}(\text{emprestimo}))$$

103/299

Exemplo Bancário – Consultas

- ▶ Listar os nomes de todos os clientes que têm um empréstimo, uma conta, ou ambas as coisas

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temEmprestimo}) \cup \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temConta})$$

- ▶ Encontrar os clientes que têm um empréstimo e uma conta no banco.

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temEmprestimo}) \cap \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temConta})$$

- ▶ Determinar todos os clientes que têm um empréstimo na agência de Coimbra-Baixa.

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{nomeBalcao} = \text{"Coimbra-Baixa"}}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo} = \text{emprestimo.nEmprestimo}}(\text{emprestimo} \times \text{temEmprestimo})))$$

104/299

Exemplo Bancário – Consultas

- ▶ Listar os nomes dos clientes que possuem um empréstimo na agência de Coimbra-Baixa mas que não tem nenhuma conta no banco.

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{nomeBanco}="Coimbra-Baixa"}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo}=\text{emprestimo.nEmprestimo}}(\text{emprestimo} \times \text{temEmprestimo}))) - \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temConta})$$

- ▶ Determinar todos os clientes que têm um empréstimo na agência de Coimbra-Baixa.
 - ▶ primeira possibilidade

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{nomeBanco}="Coimbra-Baixa"}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo}=\text{emprestimo.nEmprestimo}}(\text{emprestimo} \times \text{temEmprestimo})))$$

- ▶ segunda possibilidade

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo}=\text{emprestimo.nEmprestimo}}(\sigma_{\text{nomeBanco}="Coimbra-Baixa"}(\text{emprestimo}) \times \text{temEmprestimo}))$$

105 / 299

Exemplo Bancário – Consultas

- ▶ Determinar o saldo mais elevado entre todas as contas.
 - ▶ Renomear a relação conta como aux

$$\text{aux} \leftarrow \text{conta}$$

- ▶ A consulta é:

$$\Pi_{\text{balanco}}(\text{conta}) - \Pi_{\text{conta.balanco}}(\sigma_{\text{conta.balanco} < \text{aux.balanco}}(\text{conta} \times \rho_{\text{aux}}(\text{conta})))$$

106 / 299

Exemplo Clínica

medicos(nEmpr, nomeM, especialidade)

pacientes(nBI, nomeP, telefone, morada, idade)

farmacos(codF, nomeF)

consultas(nConsulta, data, nBI, nEmpr)

receitas(codF, nConsulta, quantidade)

107 / 299

Consultas de Exemplo

- ▶ Quais os pacientes com mais de 50 anos de idade?

$$\sigma_{\text{idade} > 50}(\text{pacientes})$$

- ▶ Quais os nomes dos pacientes com mais de 50 anos de idade?

$$\Pi_{\text{nomeP}}(\sigma_{\text{idade} > 50}(\text{pacientes}))$$

- ▶ Quais os fármacos que já foram receitados em consultas da clínica?

$$\Pi_{\text{nomeF}}(\sigma_{\text{receitas.codF}=\text{farmacos.codF}}(\text{receitas} \times \text{farmacos}))$$

- ▶ Quais os fármacos que nunca foram receitados?

$$\Pi_{\text{nomeF}}(\text{farmacos}) - \Pi_{\text{nomeF}}(\sigma_{\text{receitas.codF}=\text{farmacos.codF}}(\text{receitas} \times \text{farmacos}))$$

108 / 299

Consultas de exemplo

- ▶ Qual a idade do paciente mais velho?
 - ▶ Renomear a relação pacientes como d
 - ▶ A consulta é:

$$\Pi_{idade}(pacientes) - \Pi_{pacientes.idade}(\sigma_{pacientes.idade < d.idade}(pacientes \times \rho_d(pacientes)))$$

- ▶ E quais os (nomes dos) pacientes com essa idade?
 - ▶ Seja r a relação da pergunta anterior:

$$\Pi_{nomeP}(\sigma_{pacientes.idade=r.idade}(pacientes \times r))$$

109 / 299

Operações Adicionais

Definem-se outras operações que não aumentam o poder expressivo da álgebra relacional, mas simplificam algumas consultas habituais.

- ▶ Intersecção de conjuntos
- ▶ Junção Natural
- ▶ Divisão
- ▶ Atribuição

110 / 299

Operação de Junção Natural

- ▶ Notação: $r \bowtie s$
- ▶ Sejam r e s relações nos esquemas R e S respectivamente. O resultado é uma relação no esquema $R \cup S$ que é obtido considerando cada par de tuplos t_r de r e t_s de s .
- ▶ Se t_r e t_s têm o mesmo valor em cada um dos atributos em $R \cap S$, um tuplo t é adicionado ao resultado, em que:
 - ▶ t tem os mesmos valores que t_r em r
 - ▶ t tem os mesmos valores que t_s em s
- ▶ Exemplo:

$$R = (A, B, C, D)$$

$$S = (E, B, D)$$

Esquema resultado: (A, B, C, D, E)

- ▶ A junção natural $r \bowtie s$ pode-se definir por:

$$\Pi_{r.A,r.B,r.C,r.D,s.E}(\sigma_{r.B=s.B \wedge r.D=s.D}(r \times s))$$

111 / 299

Junção Natural – Exemplo

A	B	C	D
α	1	α	a
β	2	γ	a
γ	4	β	b
α	1	γ	a
δ	2	β	b

B	D	E
1	a	α
3	a	β
1	a	γ
2	b	δ
3	b	ϵ

A	B	C	D	E
α	1	α	a	α
α	1	α	a	γ
α	1	γ	a	α
α	1	γ	a	γ
δ	2	β	b	δ

112 / 299

Operação de Intersecção de Conjuntos

► Notação: $r \cap s$

► Definida por:

$$r \cap s = \{t \mid t \in r \wedge t \in s\}$$

► Assume-se que:

- r e s têm a mesma aridade;
- Os atributos de r e s são compatíveis.

► Note que:

$$r \cap s = r - (r - s) = s - (s - r)$$

Intersecção de Conjuntos - Exemplo

A	B
α	1
α	2
β	1

 $r =$

A	B
α	2
β	3

 $s =$
 $r \cap s =$

A	B
α	2

113/299

114/299

Operação de Divisão

$$r \div s$$

► Adequada para consultas que incluam a frase “para todo”.

► Sejam r e s relações nos esquemas R e S respectivamente com

- $R = (a_1, \dots, a_m, b_1, \dots, b_n)$
- $S = (b_1, \dots, b_n)$

O resultado de $r \div s$ é uma relação no esquema

$$R - S = (a_1, \dots, a_m)$$

$$r \div s = \{t \mid t \in \Pi_{R-S}(r) \wedge \forall_{u \in s} tu \in r\}$$

Operação de Divisão — Exemplo

r	A	B
	α	1
	α	2
	α	3
	β	1
	γ	1
	δ	1
	δ	3
	δ	4
	ϵ	6
	ϵ	1
	β	2

s	B
	1
	2

$r \div s$	A
	α
	β

115/299

116/299

Outro Exemplo de Divisão

A	B	C	D	E
α	a	α	a	1
α	a	γ	a	1
α	a	γ	b	1
β	a	γ	a	1
β	a	γ	b	3
γ	a	γ	a	1
γ	a	γ	b	1
γ	a	β	b	1

D	E
a	1
b	1

A	B	C
α	a	γ
γ	a	γ

117/299

Operação de Divisão (Cont.)

- ▶ Propriedade
 - ▶ Seja $q = r \div s$
 - ▶ Então q é a maior relação satisfazendo $q \times s \subseteq r$.
- ▶ Definição em termos de operações básicas da álgebra rel.

Sejam $r(R)$ e $s(S)$ relações, com $S \subset R$

$$r \div s = \Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times s) - \Pi_{R-S,S}(r))$$

Porquê?

- ▶ $\Pi_{R-S}(r) \times s$ dá os elementos de r com todos os valores de S .
- ▶ $\Pi_{R-S,S}(r)$ constrói uma versão de r com os atributos da expressão anterior.
- ▶ $\Pi_{R-S}(\Pi_{R-S}(r) \times s) - \Pi_{R-S,S}(r)$ dá os tuplos t em $\Pi_{R-S}(r)$ tal que para algum tuplo $u \in s$, $tu \notin r$.

118/299

Outro exemplo de divisão (Cont.)

$$\begin{aligned} r \div s &= \Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times s) - \Pi_{R-S,S}(r)) \\ &= \Pi_{(A,B,C)}(r) - \Pi_{(A,B,C)}((\Pi_{(A,B,C)}(r) \times s) - \Pi_{(A,B,C,D,E)}(r)) \end{aligned}$$

$$R = (A, B, C, D, E) \quad S = (D, E) \quad R - S = (A, B, C)$$

- ▶ $\Pi_{(A,B,C)}(r) \times s$ dá os elementos de r com todos os valores de (D, E) .
- ▶ $\Pi_{(A,B,C,D,E)}(r)$ constrói uma versão de r com os atributos da expressão anterior. Neste caso: $\Pi_{(A,B,C,D,E)}(r) = r$.
- ▶ $\Pi_{(A,B,C)}((\Pi_{(A,B,C)}(r) \times s) - \Pi_{(A,B,C,D,E)}(r))$ dá os tuplos t em $\Pi_{(A,B,C)}(r)$ tal que para algum tuplo $u \in s$, $tu \notin r$.

119/299

Operação de Atribuição

- ▶ A operação de atribuição (\leftarrow) permite-nos expressar consultas complexas de uma forma muito conveniente.

Escreve-se a consulta como um programa sequencial constituído por uma sequência de atribuições terminada com uma expressão cujo valor é o resultado da consulta.
- ▶ A atribuição é sempre efectuada para uma variável de relação temporária.
- ▶ Exemplo: escrever $r \div s$ como


```
temp1 ← ΠR-S(r)
temp2 ← ΠR-S((temp1 × s) - ΠR-S,S(r))
resultado = temp1 - temp2
```

 - ▶ O resultado à direita de \leftarrow é atribuído à variável que se encontra à esquerda de \leftarrow .
 - ▶ Pode-se utilizar a variável em sub-expressões seguintes.

120/299

Consultas de Exemplo

- ▶ Encontrar os clientes que têm uma conta pelo menos nas agências de “Coimbra-Baixa” e “Coimbra-Alta”.

- ▶ Consulta 1

$$\Pi_{CN}(\sigma_{BN='Coimbra-Baixa'}(depositante \bowtie conta)) \\ \cap \Pi_{CN}(\sigma_{BN='Coimbra-Alta'}(depositante \bowtie conta))$$

em que CN denota nomeCliente e BN denota nomeBalcao.

- ▶ Consulta 2

$$\Pi_{cliente.nome,balcao.nome}(depositante \bowtie conta) \\ \div \rho_{temp}(balcao.nome)(\{('Coimbra - Baixa'), ('Coimbra - Alta')\})$$

121 / 299

Consultas de Exemplo

- ▶ Listar todos os clientes que têm uma conta em todas as agências localizadas na cidade de Leiria.

$$\Pi_{cliente.nome,balcao.nome}(depositante \bowtie conta) \\ \div \Pi_{balcao.nome}(\sigma_{balcao.cidade='Leiria'}(balcao))$$

122 / 299

Consultas de exemplo

- ▶ Quais os fármacos alguma vez prescritos por cardiologistas?

$$\Pi_{nomeF}(farmacos \bowtie receitas \bowtie consultas \bowtie \\ \bowtie \sigma_{especialidade='cardiologia'}(medicos))$$

ou

$$\Pi_{nomeF}(\sigma_{especialidade='cardiologia'} \\ (farmacos \bowtie receitas \bowtie consultas \bowtie medicos))$$

- ▶ Quais os (nomes dos) fármacos que já foram receitados por todos os médicos da clínica?

$$r \leftarrow \Pi_{codF,nEmpr}(consultas \bowtie receitas) \div \Pi_{nEmpr}(medicos) \\ \Pi_{nomeF}(farmacos \bowtie r)$$

123 / 299

Operações Estendidas da Álgebra Relacional

- ▶ Aumentam a expressividade da Álgebra Relacional:

- ▶ Projecção Generalizada

- ▶ Funções de Agregação

- ▶ Junção Externa

124 / 299