Operações de Consulta — Selecção

Selecção — pretende-se filtrar a informação que pretendemos obter. Para tal define-se um um predicado cujos os argumentos são atributos da relação em questão.

$$\begin{array}{rcccl} \sigma & : & \mathbb{B} \times \mathrm{R} & \longrightarrow & \mathrm{R} \\ & & (P(a_i, \dots, a_j), r) & \longmapsto & \sigma_{P(a_i,\dots,a_j)}(r) \end{array}$$

Exemplo

$\sigma_{A=B \wedge D>5}$

A	B	C	D
a	*a*	1	7
a	*b*	5	7
b	*b*	12	3
b	*b*	23	10

$=$

A	B	C	D
a	*a*	1	7
b	*b*	23	10

Selecção

Notação: $\sigma_{P(t)}(r)$, P é designado por predicado de selecção.

Definição: $\sigma_{P(t)}(r) = \{t \mid t \in r \wedge P(t)\}$

- Em que P é uma fórmula do cálculo proposicional constituída por termos ligados por: $\wedge$ (**e**), $\vee$ (**ou**), $\neg$ (**não**).
- Cada termo é uma expressão nos atributos da relação, a qual pode conter:
  - os atributos da relação;
  - constantes;
  - operadores e funções pré-definidas (e.g. sin, cos, ...);
  - operadores relacionais: $=, \neq, >, \geq, <, \leq$.

Exemplo de selecção:

$$\sigma_{\text{balcaoNome}='\text{Baixa}'}(\text{conta})$$

Projecção

Projecção — pretende-se definir quais os predicados é que vão ser visíveis para uma dada relação.

$$\begin{array}{rcccl} \Pi & : & \mathbb{A} \times \mathrm{R} & \longrightarrow & \mathrm{R} \\ & & (a_i, \dots, a_j, r) & \longmapsto & \Pi_{a_i,\dots,a_j}(r) \end{array}$$

com $\mathbb{A}$ um sub-conjunto dos atributos de R.

Exemplo:

$\Pi_{A,C}$

A	B	C
a	10	1
a	20	1
b	30	1
b	40	2

$=$

A	C
a	1
a	1
b	1
b	2

$=$

A	C
a	1
b	1
b	2

Projecção

Notação: $\Pi_{a_1,\dots,a_k}(r)$, com $a_i \in \mathbb{A} \subseteq R$, para $1 \leq i \leq k$. Isto é os a_is são atributos de R.

Definição: $\Pi_{a_1,\dots,a_k}(r)$ é definida como sendo a instância de relação r, contendo somente as colunas referentes aos atributos $a_1, \dots, a_k$.

Dado o resultado final ser uma relação (conjunto) os tuplos repetidos são automaticamente retirados.

Exemplo de projecção:

$$\Pi_{\text{numero,quantia}}(\text{conta})$$

elimina-se o atributo `balcaoNome` da relação `conta`.

União

União — pretende-se fazer a união dos tuplos de duas relações.

$$\begin{array}{rcccc} \bigcup & : & \mathrm{R} \times \mathrm{R} & \longrightarrow & \mathrm{R} \\ & & (r, s) & \longmapsto & r \bigcup s \end{array}$$

Exemplo

A	B
a	1
a	2
b	1

$\bigcup$

A	B
a	2
b	3

$=$

A	B
a	1
a	2
b	1
b	3

União

Notação: $r \bigcup s$.

Definição:

$$r \bigcup s = \{t \mid t \in r \vee t \in s\}$$

Pré-condições: Para $r \bigcup s$ ser válida:

- r, s devem ter a mesma aridade (igual número de atributos);
- os atributos têm de ser compatíveis (valores de tipos compatíveis);

Exemplo de união:

$$\Pi_{\mathrm{nomeCliente}}(ClienteDep) \bigcup \Pi_{\mathrm{nomeCliente}}(ClienteEmp)$$

determina quais os nomes dos clientes que têm uma conta, ou um empréstimo.
A utilização da operação de projecção é aqui necessária para compatibilizar duas relações que, à partida, não são compatíveis.

Diferença

Diferença — pretende-se fazer a diferença (de conjuntos) dos tuplos de duas relações.

$$\begin{array}{rcccc} - & : & \mathrm{R} \times \mathrm{R} & \longrightarrow & \mathrm{R} \\ & & (r, s) & \longmapsto & r - s \end{array}$$

Exemplo

A	B
a	1
a	2
b	1

$-$

A	B
a	2
b	3

$=$

A	B
a	1
b	1

Diferença

Notação: $r - s$.

Definição:

$$r - s = \{t \mid t \in r \wedge t \notin s\}$$

Pré-condições: Para $r - s$ ser válida:

- r, s devem ter a mesma aridade (igual número de atributos);
- os atributos têm de ser compatíveis (valores de tipos compatíveis);

Exemplo de diferença:

$$\Pi_{\mathrm{nomeCliente}}(ClienteDep) - \Pi_{\mathrm{nomeCliente}}(ClienteEmp)$$

determina quais os nomes dos clientes que têm uma conta depósito, mas não possuem nenhum empréstimo.
A utilização da operação de projecção é aqui necessária para compatibilizar duas relações que, à partida, não são compatíveis.

Produto Cartesiano

Produto Cartesiano — pretende-se fazer a junção das duas relações através do seu produto cartesiano.

$$\begin{array}{rcrcl} \times & : & \mathrm{R} \times \mathrm{R} & \longrightarrow & \mathrm{R} \\ & & (r, s) & \longmapsto & r \times s \end{array}$$

Exemplo

A	B
a	1
b	2

×

C	D	E
a	10	x
b	10	x
b	20	y
c	10	y

=

A	B	C	D	E
a	1	a	10	x
a	1	b	10	x
a	1	b	20	y
a	1	c	10	y
b	2	a	10	x
b	2	b	10	x
b	2	b	20	y
b	2	c	10	y

Produto Cartesiano

Notação: $r \times s$.

Definição:

$$r \times s = \{tq \mid t \in r \wedge q \in s\}$$

Pré-condições: Para $r \times s$ ser válida:

- as relações R, S devem ser disjuntas.

Se as relações não forem disjuntas ter-se-á de utilizar renomeações (veremos já de seguida como).

Renomeação

- Permite dar um nome, e portanto referir, aos resultados de expressões de álgebra relacional.
- Permite que uma relação seja referida por mais do que um nome.
- Exemplo:

  $$\rho_X(E)$$

  Devolve a expressão E com o nome X.
- Se uma expressão de álgebra relacional E tem aridade n, então:

  $$\rho_{X(a_1,a_2,\ldots,a_n)}(E)$$

  Devolve a expressão E com o nome X, e com os atributos renomeados para $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Renomeação

Exemplo:

$$\rho_{X(a_1,a_2,a_3,a_4)}(r(A, B, C, D)) = X(a_1, a_2, a_3, a_4)$$

Pode-se dar o caso de só se pretender mudar o nome da relação, mantendo os nomes dos atributos. Nesse caso omite-se a componente referente aos atributos. Por exemplo:

$$\rho_{X(r(A,B,C,D))} = X(A, B, C, D)$$

Composição de Operações

Pode-se construir expressões combinando várias operações
Exemplo:

$\sigma_{A=C}$ (

A	B
a	1
b	2

$\times$

C	D	E
a	10	*x*
b	10	*x*
b	20	*y*
c	10	*y*

) $= \sigma_{A=C}$ (

A	B	C	D	E
a	1	*a*	10	*x*
a	1	*b*	10	*x*
a	1	*b*	20	*y*
a	1	*c*	10	*y*
b	2	*a*	10	*x*
b	2	*b*	10	*x*
b	2	*b*	20	*y*
b	2	*c*	10	*y*

) $=$

$=$

A	B	C	D	E
a	1	*a*	10	*x*
b	2	*b*	10	*x*
b	2	*b*	20	*y*

Definição Formal

Uma expressão básica na álgebra relacional é:

- Uma relação na base de dados;
- Uma relação constante.

Sejam E_1 e E_2 expressões de álgebra relacional; então todas as expressões abaixo são expressões de álgebra relacional:

- $E_1 \bigcup E_2$;
- $E_1 - E_2$;
- $E_1 \times E_2$;
- $\sigma_P(E_1)$, com P um predicado nos atributos de E_1;
- $\Pi_S(E_1)$, com S uma lista de alguns dos atributos de E_1;
- $\rho_X(E_1)$, com X um novo nome para o resultado de E_1;

Exemplo Bancário

- Modelo Relacional

```
balcao(nomeBalcao, cidadeBalcao, depositos)
cliente(nomeCliente, enderecoCliente, tipoCliente)
conta(nConta, nomeBalcao, balanco)
emprestimo(nEmprestimo, nomeBalcao, quantia)
temConta(nomeCliente, nConta)
temEmprestimo(nomeCliente,nEmprestimo)
```

- Consultas de Exemplo
  - Determinar todos os empréstimos superiores a 1200€

$$\sigma_{\text{quantia}>1200}(\text{emprestimo})$$

  - Encontrar os números dos empréstimos de montante superior a 1200€

$$\Pi_{\text{nEmprestimo}}(\sigma_{\text{quantia}>1200}(\text{emprestimo}))$$

Exemplo Bancário – Consultas

- Listar os nomes de todos os clientes que têm um empréstimo, uma conta, ou ambas as coisas

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temEmprestimo}) \bigcup \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temConta})$$

- Encontrar os clientes que têm um empréstimo e uma conta no banco.

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temEmprestimo}) \bigcap \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temConta})$$

- Determinar todos os clientes que têm um empréstimo na agência de Coimbra-Baixa.

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{nomeBalcao}=\text{“Coimbra–Baixa”}}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo}=\text{emprestimo.nEmprestimo}}(\textit{emprestimo} \times \textit{temEmprestimo})))$$

Exemplo Bancário – Consultas

- Listar os nomes dos clientes que possuem um empréstimo na agência de Coimbra-Baixa mas que não tem nenhuma conta no banco.

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{nomeBalcao}=\text{``Coimbra-Baixa''}}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo}=\text{emprestimo.nEmprestimo}}(\text{emprestimo} \times \text{temEmprestimo}))) - \Pi_{\text{nomeCliente}}(\text{temConta})$$

- Determinar todos os clientes que têm um empréstimo na agência de Coimbra-Baixa.
  - primeira possibilidade

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{nomeBalcao}=\text{``Coimbra-Baixa''}}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo}=\text{emprestimo.nEmprestimo}}(\textit{emprestimo} \times \textit{temEmprestimo})))$$

  - segunda possibilidade

$$\Pi_{\text{nomeCliente}}(\sigma_{\text{temEmprestimo.nEmprestimo}=\text{emprestimo.nEmprestimo}}((\sigma_{\text{nomeBalcao}=\text{``}\textit{Coimbra-Baixa}\text{''}}(\textit{emprestimo})) \times \text{temEmprestimo}))$$

Exemplo Bancário – Consultas

- Determinar o saldo mais elevado entre todas as contas.
  - Renomear a relação `conta` como `aux`

$$\text{aux} \longleftarrow \text{conta}$$

  - A consulta é:

$$\Pi_{\text{balanco}}(\text{conta}) - \Pi_{\text{conta.balanco}}(\sigma_{\text{conta.balanco}<\text{aux.balanco}}(\text{conta} \times \rho_{aux}(\text{conta})))$$

Exemplo Clínica

```
medicos(nEmpr,nomeM,especialidade)

pacientes(nBI,nomeP,telefone,morada,idade)

farmacos(codF,nomeF)

consultas(nConsulta,data,nBI,nEmpr)

receitas(codF,nConsulta,quantidade)
```


Consultas de Exemplo

- Quais os pacientes com mais de 50 anos de idade?

$$\sigma_{\text{idade}>50}(\text{pacientes})$$

- Quais os nomes dos pacientes com mais de 50 anos de idade?

$$\Pi_{\text{nomeP}}(\sigma_{\text{idade}>50}(\text{pacientes}))$$

- Quais os fármacos que já foram receitados em consultas da clínica?

$$\Pi_{\text{nomeF}}(\sigma_{\text{receitas.codF}=\text{farmacos.codF}}(\text{receitas} \times \text{farmacos}))$$

- Quais os fármacos que nunca foram receitados?

$$\Pi_{\text{nomeF}}(\text{farmacos}) - \Pi_{\text{nomeF}}(\sigma_{\text{receitas.codF}=\text{farmacos.codF}}(\text{receitas} \times \text{farmacos}))$$

Consultas de exemplo

- Qual a idade do paciente mais velho?
  - Renomear a relação pacientes como *d*
  - A consulta é:

$$\Pi_{\text{idade}}(pacientes) - \Pi_{\text{pacientes.idade}}(\sigma_{\text{pacientes.idade<d.idade}}(\text{pacientes} \times \rho_d(\text{pacientes})))$$

- E quais os (nomes dos) pacientes com essa idade?
  - Seja r a relação da pergunta anterior:

$$\Pi_{\text{nomeP}}(\sigma_{\text{pacientes.idade=r.idade}}(\text{pacientes} \times r))$$

Operações Adicionais

Definem-se outras operações que não aumentam o poder expressivo da álgebra relacional, mas simplificam algumas consultas habituais.

- Intersecção de conjuntos
- Junção Natural
- Divisão
- Atribuição

Operação de Intersecção de Conjuntos

- Notação: $r \cap s$
- Definida por:

$$r \cap s = \{t \mid t \in r \wedge t \in s\}$$

- Assume-se que:
  - *r* e *s* têm a mesma aridade;
  - Os atributos de *r* e *s* são compatíveis.
- Note que:

$$r \cap s = r - (r - s) = s - (s - r)$$

Intersecção de Conjuntos - Exemplo

$r =$

A	B
α	1
α	2
β	1

$s =$

A	B
α	2
β	3

$r \cap s =$

A	B
α	2

Operação de Junção Natural

- Notação: $r \bowtie s$
- Sejam r e s relações nos esquemas R e S respectivamente. O resultado é uma relação no esquema $R \cup S$ que é obtido considerando cada par de tuplos t_r de r e t_s de s.
- Se t_r e t_s têm o mesmo valor em cada um dos atributos em $R \cap S$, um tuplo t é adicionado ao resultado, em que:
  - O resultado é uma relação cujo conjunto de atributos é a reunião dos atributos de R e S (obtido considerando cada par de tuplos t_r de r e t_s de s).
  - Se t_r e t_s têm o mesmo valor em cada um dos atributos pertencente ao conjunto de atributos intersecção dos atributos de R e S, então o tuplo t é adicionado ao resultado. Caso contrário o tuplo não é considerado no resultado final.
- Exemplo:

$$\begin{aligned} R &= (A, B, C, D) \\ S &= (E, B, D) \end{aligned}$$

  Esquema resultado: (A, B, C, D, E)
- A junção natural $r \bowtie s$ pode-se definir por (a intersecção dos atributos é: $\{B, D\}$):

$$\Pi_{r.A, r.B, r.C, r.D, s.E}(\sigma_{r.B=s.B \wedge r.D=s.D}(r \times s))$$

Junção Natural – Exemplo

$r =$

A	B	C	D
α	1	α	a
β	2	γ	a
γ	4	β	b
α	1	γ	a
δ	2	β	b

$s =$

B	D	E
1	a	α
3	a	β
1	a	γ
2	b	δ
3	b	ϵ

$r \bowtie s =$

A	B	C	D	E
α	1	α	a	α
α	1	α	a	γ
α	1	γ	a	α
α	1	γ	a	γ
δ	2	β	b	δ

Operação de Divisão

$$r \div s$$

- Adequada para consultas que incluam a frase “para todo”.
- Sejam r e s relações nos esquemas R e S respectivamente com
  - $R = (a_1, \ldots, a_m, b_1, \ldots, b_n)$
  - $S = (b_1, \ldots, b_n)$

  O resultado de $r \div s$ é uma relação no esquema $R - S = (a_1, \ldots, a_m)$

$$r \div s = \{t \mid t \in \Pi_{R-S}(r) \wedge \forall_{u \in s} tu \in r\}$$

Operação de Divisão — Exemplo

r :

A	B
α	1
α	2
α	3
β	1
γ	1
δ	1
δ	3
δ	4
ϵ	6
ϵ	1
β	2

s :

B
1
2

$r \div s$:

A
α
β

Outro Exemplo de Divisão

r :

A	B	C	D	E
α	a	α	a	1
α	a	γ	a	1
α	a	γ	b	1
β	a	γ	a	1
β	a	γ	b	3
γ	a	γ	a	1
γ	a	γ	b	1
γ	a	β	b	1

s :

D	E
a	1
b	1

$r \div s$:

A	B	C
α	a	γ
γ	a	γ

Operação de Divisão (Cont.)

- Propriedade
  - Seja $q = r \div s$
  - Então q é a maior relação satisfazendo $q \times s \subseteq r$.
- Definição em termos de operações básicas da álgebra rel. Sejam $r(R)$ e $s(S)$ relações, com $S \subset R$

$$r \div s = \Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times s) - \Pi_{R-S,S}(r))$$

Porquê?

  - $\Pi_{R-S}(r) \times s$ dá os elementos de r com todos os valores de S.
  - $\Pi_{R-S,S}(r)$ construi uma versão de r com os atributos da expressão anterior.
  - $\Pi_{R-S}(\Pi_{R-S}(r) \times s) - \Pi_{R-S,S}(r))$ dá os tuplos t em $\Pi_{R-S}(r)$ tal que para algum tuplo $u \in s$, $tu \notin r$.

Outro exemplo de divisão (Cont.)

$$\begin{aligned} r \div s &= \Pi_{R-S}(r) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(r) \times s) - \Pi_{R-S,S}(r)) \\ &= \Pi_{(A,B,C)}(r) - \Pi_{(A,B,C)}((\Pi_{(A,B,C)}(r) \times s) - \Pi_{(A,B,C,D,E)}(r)) \end{aligned}$$

$$R = (A, B, C, D, E) \quad S = (D, E) \quad R - S = (A, B, C)$$

- $\Pi_{(A,B,C)}(r) \times s$ dá os elementos de r com todos os valores de (D, E).
- $\Pi_{(A,B,C,D,E)}(r)$ construi uma versão de r com os atributos da expressão anterior. Neste caso: $\Pi_{(A,B,C,D,E)}(r) = r$.
- $\Pi_{(A,B,C)}((\Pi_{(A,B,C)}(r) \times s) - \Pi_{(A,B,C,D,E)}(r))$ dá os tuplos t em $\Pi_{(A,B,C)}(r)$ tal que para algum tuplo $u \in s$, $tu \notin r$.

Operação de Atribuição

- A operação de atribuição ($\leftarrow$) permite-nos expressar consultas complexas de uma forma muito conveniente. Escreve-se a consulta como um programa sequencial constituído por uma sequência de atribuições terminada com uma expressão cujo valor é o resultado da consulta.
- A atribuição é sempre efectuada para uma variável de relação temporária.
- Exemplo: escrever $r \div s$ como
  $temp1 \leftarrow \Pi_{R-S}(r)$
  $temp2 \leftarrow \Pi_{R-S}((temp1 \times s) - \Pi_{R-S,S}(r))$
  $resultado = temp1 - temp2$
  - O resultado à direita de $\leftarrow$ é atribuído à variável que se encontra à esquerda de $\leftarrow$.
  - Pode-se utilizar a variável em sub-expressões seguintes.

Consultas de Exemplo

- Encontrar os clientes que têm uma conta pelo menos nas agências de “Coimbra-Baixa” e “Coimbra-Alta”.
  - Consulta 1

$$\Pi_{CN}(\sigma_{BN=\text{‘}Coimbra-Baixa\text{’}}(depositante \bowtie conta)) \cap \Pi_{CN}(\sigma_{BN=\text{‘}Coimbra-Alta\text{’}}(depositante \bowtie conta))$$

em que CN denota nomeCliente e BN denota nomeBalcao.

  - Consulta 2

$$\Pi_{cliente.nome,balcao.nome}(depositante \bowtie conta) \div \rho_{temp(balcao.nome)}(\{(\text{‘}Coimbra-Baixa\text{’}),(\text{‘}Coimbra-Alta\text{’})\})$$

Consultas de Exemplo

- Listar todos os clientes que têm uma conta em todas as agências localizadas na cidade de Leiria.

$$\Pi_{cliente.nome,balcao.nome}(depositante \bowtie conta) \div \Pi_{balcao.nome}(\sigma_{balcao.cidade=\text{‘}Leiria\text{’}}(balcao))$$

Consultas de exemplo

- Quais os fármacos alguma vez prescritos por cardiologistas?

$$\Pi_{\mathrm{nomeF}}(\mathrm{farmacos} \bowtie \mathrm{receitas} \bowtie \mathrm{consultas} \bowtie \bowtie \sigma_{\mathrm{especialidade}=\text{“cardiologia”}}(\mathrm{medicos}))$$

ou

$$\Pi_{\mathrm{nomeF}}(\sigma_{\mathrm{especialidade}=\text{“cardiologia”}}(\mathrm{farmacos} \bowtie \mathrm{receitas} \bowtie \mathrm{consultas} \bowtie \mathrm{medicos}))$$

- Quais os (nomes dos) fármacos que já foram receitados por todos os médicos da clínica?

$$r \leftarrow \Pi_{\mathrm{codF,nEmpr}}(\mathrm{consultas} \bowtie \mathrm{receitas}) \div \Pi_{\mathrm{nEmpr}}(medicos)$$
$$\Pi_{\mathrm{nomeF}}(\mathrm{farmacos} \bowtie r)$$

Operações Estendidas da Álgebra Relacional

- Aumentam a expressividade da Álgebra Relacional:
  - Projecção Generalizada
  - Funções de Agregação
  - Junção Externa