Códigos e Criptografia

Cristina Caldeira & Pedro Quaresma

Departamento de Matemática
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra

2010/2011

Bibliografia

- Stinson, Douglas, *Cryptography: Theory and Practice*, CRC, 2006.
- A. Meneses, P. van Oorschot, S. Vanstone. *Handbook of Applied Cryptography*. CRC Press, 1996.
- Dominic Welsh, *Codes and Cryptography*, Clarendon Press, 1988.
- Buchman, Johannes, *Introduction to Cryptography*, Springer, 2000.
- Paul Garrett, *The Mathematics of Coding Theory*, Pearson, Prentice Hall, 2004.
- Richard Spillman. *Classical and Contemporary Cryptology*. Prentice Hall, 2005.
- Viktoria Tkotz. *CRIPTOGRAFIA - Segredos Embalados para Viagem*. NOVATEC Editora, São Paulo, Brasil, 2005.

Programa

- Introdução aos Códigos e à Criptografia
  - Criptografia: Definição e Objectivos
  - Notas históricas
- Criptografia e Criptoanálise Clássicas
  - Mono-alfabéticas: deslocamento simples e linear
  - Poli-alfabéticas: Vigenère
  - Procura Exaustiva
  - Análise de Frequências
- Cifras Fieira
- Cifras por Blocos Simétricas: Criptografia e Criptoanálise
  - Modos de Operação
  - Cifras Produto
  - Cifras Feistel
  - Cifra FEAL
  - Outras cifras de chave simétrica: DES; IDEA.
  - Criptoanálise Linear e Criptoanálise Diferencial
- Cifras por Blocos de Chave Pública
  - Funções Unidireccionais e Unidireccionais com Escapatória
  - RSA
  - Criptoanálise da Cifra RSA
  - Outras cifras de chave pública: ElGamal; Knapsack; Goldwasser-Micali
- Funções de Dispersão
- Códigos

Informação

Segurança

Criptografia

Kryptós – oculto; graph – escrever

4000 a.C.	Egipto (encontrados em túmulos)
600 a 500 a.C.	O Livro de Jeremias e as Cifras Hebraicas atbah, atbash, albam (substituição simples)
487 a.C.	Tucídides (Esparta) e o Bastão de Licurgo (transposição)
50 a.C.	O Código de Júlio César (substituição simples)
801 a 873	al-Kindi e a Criptoanálise

Substituição Poli-alfabética

1466	Leon Battista Alberti (inventor da substituição poli-alfabética)
1553	Giovanni Battista Bellaso (substituição poli-alfabética com palavra-chave)
1558	Philibert Babou (substituição homofónica)
1586	Blaise de Vigenère (substituição poli-alfabética com palavra-chave)
1854	Charles Babbage e as Máquinas de Diferenças Cifra Playfair (substituição poli-alfabética em bloco bigrâmico)

Máquinas Cifrantes

1918	Arthur Scherbius - Máquina Enigma

Aplicações

487 a.C. — . . . Militares

- Segredos Nacionais
- Estratégias
- planos; datas; tropas; . . .

A proliferação das telecomunicações levou a criptografia para um "palco" diferente.

1960 – . . . Aplicações Civis

- Empresas, informação interna
- troca de informação entre diferentes delegações

O advento da Internet "globalizou" a criptografia.

1969 — . . . Aplicações Pessoais

- Correio electrónico
- Redes sem fios
- Comunicações entre computadores pessoais.

Algumas Datas (Recentes) Relevantes

1977 **D**ata **E**ncryption **S**tandard

1976 Diffie & Hellman, *New Directions in Cryptography* - Sistemas de Chave Pública (logaritmo discreto, sem aplicação computacional)

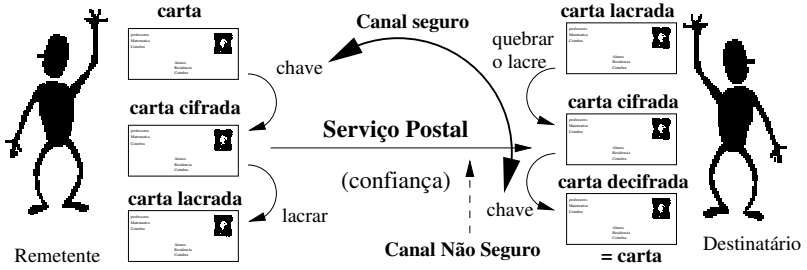
1978 **R**ivest, **S**hamir, **A**delman, sistema de chave pública, factorização de números primos

1985 ElGamal, sistema de chave pública, logaritmo discreto.

Troca de Informação de Forma Segura

- Questões de Confiança
- Protocolos

Meios Físicos + Meios Computacionais + Conjunto de Protocolos + Lei



Criptografia

Definição (Criptografia)

Criptografia é o estudo das técnicas matemáticas relacionadas com os aspectos de segurança da informação tais como: confidencialidade, integridade da informação, autenticação de entidades e da origem da informação.

Criptografia — conjunto de técnicas para providenciar uma troca de informação segura.

Objectivos da Criptografia

Confidencialidade manter o conteúdo da informação secreto para todos excepto para o (correcto) destinatário da mesma.

Integridade da Informação assegurar que não há alteração da informação por pessoas não autorizadas.

Autenticação
- das entidades que comunicam entre si;
- da informação (origem, conteúdo, data de envio, ...)

Não repudiação o produtor da informação não poder negar a autoria da mesma.

Esquema de Encriptação (Cifra)

Uma primeira definição informal.

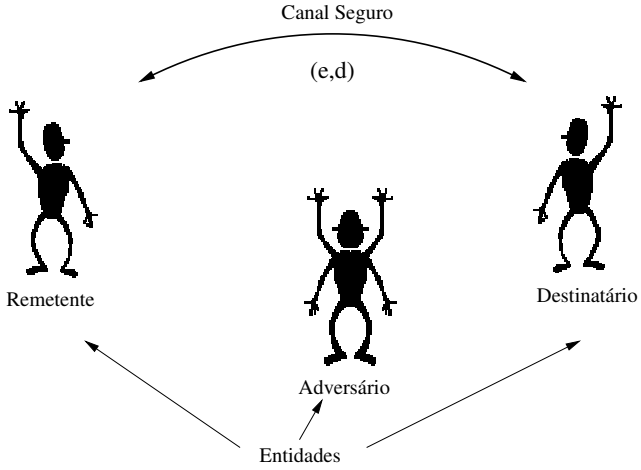
Definição (Esquema de Encriptação (ou cifra))

Um esquema de encriptação *consiste de um conjunto de transformações de encriptação e um conjunto correspondente de transformações de desencriptação com a propriedade de que o processo desencriptação é o inverso da encriptação.*

Um esquema de encriptação e usualmente designado por cifra.

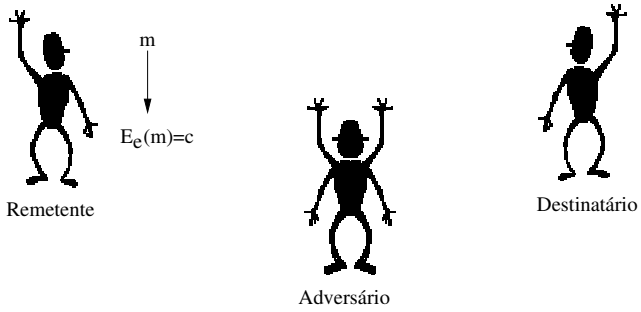
Uma utilização de uma Cifra de Chaves Simétricas

1 – João e José escolhem (secretamente) um par de chaves



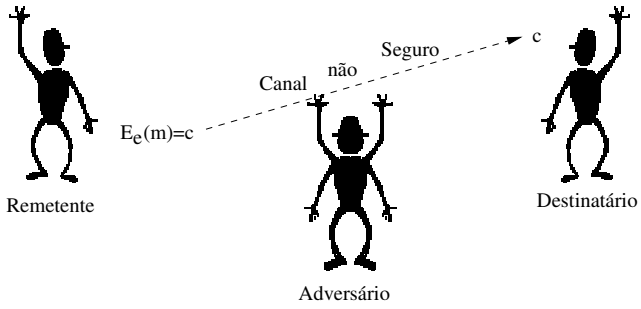
Uma utilização de uma Cifra (Chaves Simétricas)

2 – João decide enviar uma mensagem, $m \in \mathcal{M}$, a José. Calcula $c = E_e(m)$ e envia o texto resultante.



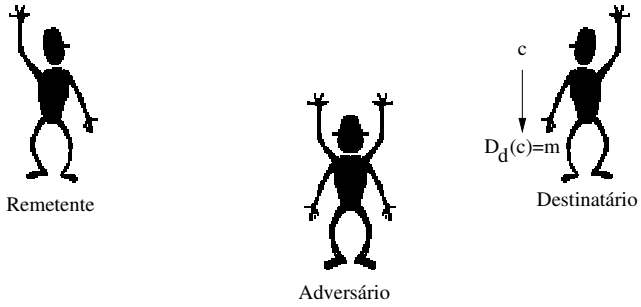
Uma utilização de uma Cifra (Chaves Simétricas)

2 – João decide enviar uma mensagem, $m \in \mathcal{M}$, a José. Calcula $c = E_e(m)$ e envia o texto resultante.



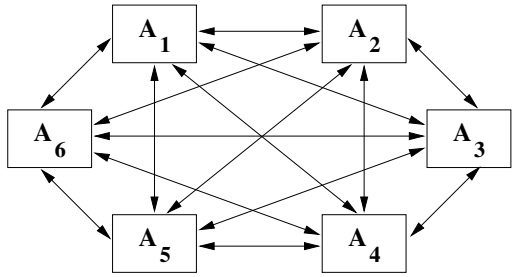
Uma utilização de uma Cifra (Chaves Simétricas)

3 – Ao receber a mensagem o José calcula $D_d(c) = m$ recuperando deste modo a mensagem original.



Estabelecer e Manter Chaves Simétricas

Se num sistema de chaves simétricas (secretas) se pretender que cada duas entidades distintas partilhem uma chave secreta, então temos que o número de chaves secretas necessárias é $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$.



É fácil de ver que o manter das chaves é problemático numa situação como esta.

Vantagens e Desvantagens

Vantagens das Cifras de Chaves Simétricas

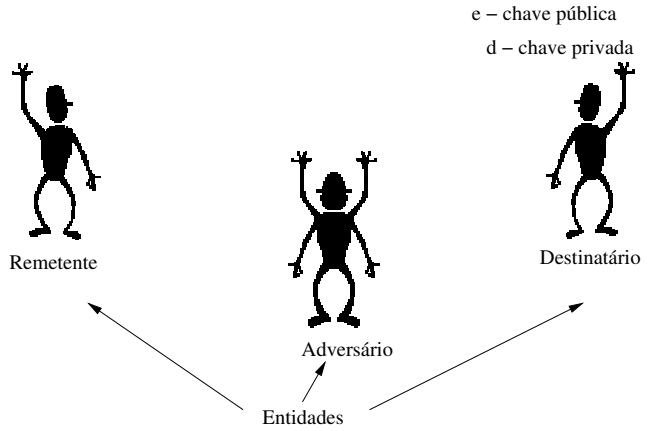
1. Podem ser concebidas para terem uma velocidade de processamento de dados elevada.
2. As chaves são relativamente pequenas.
3. Cifras deste tipo podem ser usadas como primitivas em vários tipos de ferramentas criptográficas
4. São facilmente componíveis de forma a construir sistemas criptográficos mais seguros.
5. Têm um largo historial, e como tal já foram muito, e extensivamente, estudadas.

Desvantagens das Cifras de Chaves Simétricas

1. As chaves entre todas as entidades envolvidas numa comunicação têm de ser mantidas secretas.
2. Se o número de entidades envolvidas for elevado o número de pares de chaves a considerar é também elevado.
3. As chaves têm de ser mudadas muito frequentemente.

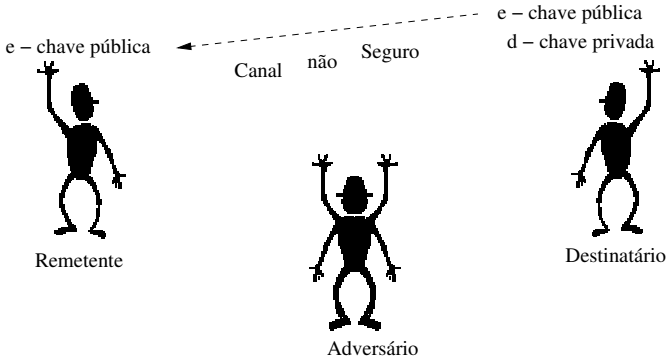
Uma utilização de uma Cifra de Chave Pública

1 – O José escolhe um par de chaves: publicita a chave de encriptação e, mantém secreta a chave de desencriptação d.



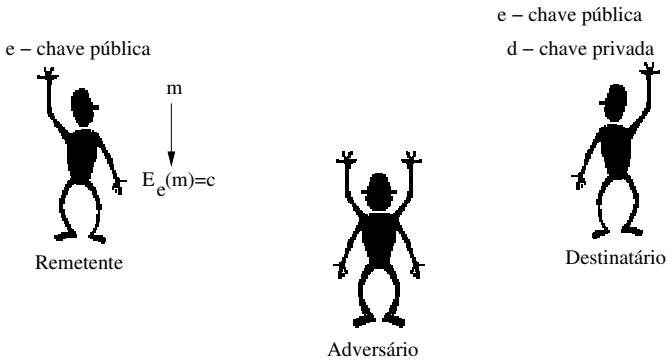
Uma utilização de uma Cifra (Chave Pública)

2 – João decide enviar uma mensagem, $m \in \mathcal{M}$, a José. Obtém a chave pública do José e e calcula $c = E_e(m)$. Depois envia o texto resultante.



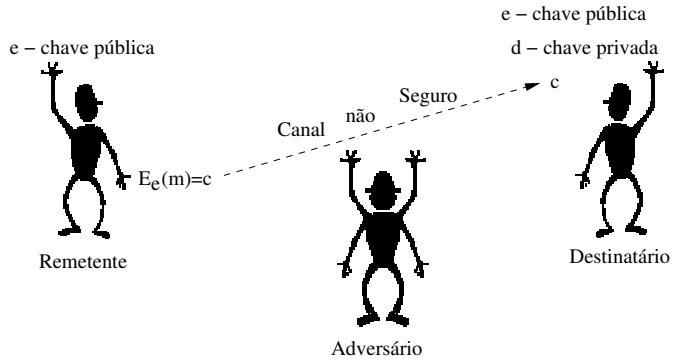
Uma utilização de uma Cifra (Chave Pública)

2a – João decide enviar uma mensagem, $m \in \mathcal{M}$, a José. Calcula $c = E_e(m)$ e envia o texto resultante.



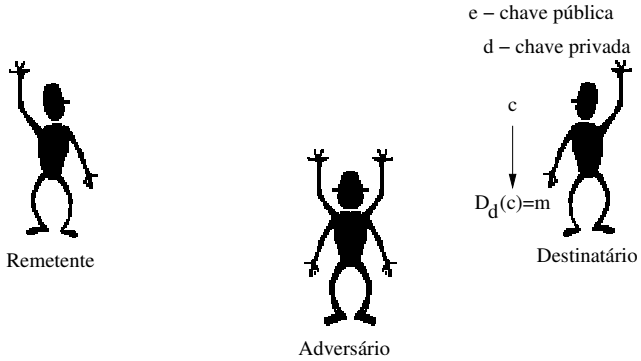
Uma utilização de uma Cifra (Chave Pública)

2b – João decide enviar uma mensagem, $m \in \mathcal{M}$, a José. Calcula $c = E_e(m)$ e envia o texto resultante.



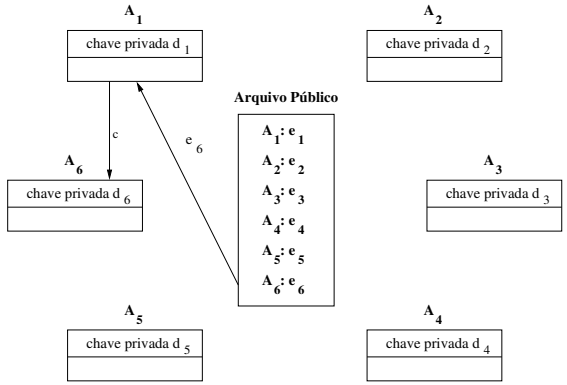
Uma utilização de uma Cifra (Chave Pública)

3 – Ao receber a mensagem o José calcula $D_d(c) = m$ recuperando deste modo a mensagem original.



Estabelecer e Manter Chaves Públicas

Numa rede de chaves públicas cada entidade tem um par (chave pública,chave privada). Para assegurar um mecanismo de estabelecimento e manutenção de chaves basta criar um repositório de chaves, usualmente designado por *Arquivo Público*.



Vantagens e Desvantagens

Vantagens das Cifras de Chaves Públicas

1. Só a chave privada deve permanecer secreta.
2. As chaves podem ser mantidas por largos períodos de tempo.
3. Mesmo que o número de entidades envolvidas seja elevado o número de chaves permanece baixo (comparado com as chaves simétricas).

Desvantagens das Cifras de Chaves Públicas

1. A autenticidade das chaves públicas tem de ser, de alguma forma, assegurado.
2. São consideravelmente mais lentos que os sistemas de chaves simétricas no que diz respeito ao processamento da informação.
3. O comprimento das chaves é em geral bastante maior do que nos sistemas de chaves simétricas.
4. A segurança destes sistemas é baseada em assumpções, não demonstradas, de dificuldade computacional de certo tipo de problemas.
5. O seu historial é recente (década de 1970).

Avaliação de Ferramentas Criptográficas

Nível de Segurança número de operações requeridas pelo melhor método conhecido para quebrar o código. Difícil de quantificar.

Funcionalidade quais são as primitivas mais eficientes para um dado objectivo.

Métodos de Operação o comportamento das primitivas depende da forma como são aplicadas e de quais os valores que lhe são fornecidos.

Performance eficiência em termos de tempo e/ou espaço que uma ferramenta tem num dado modo de operação.

Facilidade de Implementação a possibilidade que se tem de implementar uma dada ferramenta num dado sistema computacional.

Criptoanálise

Definição (Criptoanálise)

Criptoanálise *é o estudo dos procedimentos necessários para tentar comprometer as técnicas criptográficas, e mais genericamente, os serviços de segurança da informação.*

Definição (Criptoanalista)

Um criptoanalista *é alguém que se dedica à criptoanálise.*

Criptoanálise

Uma cifra diz-se:

- **quebrada totalmente** se é possível obter a chave.
- **quebrada parcialmente** se é possível (de forma sistemática) obter parte do texto claro, mas não a chave.

Ao avaliar-se uma cifra é usual assumir que:

1. o adversário tem acesso a toda a informação transmitida através do canal de comunicação de texto cifrados;
2. o adversário conhece todos os detalhes da cifra à excepção da chave (princípio de Kerckhoff).

Em conclusão: uma cifra tem de resistir a um ataque por procura exaustiva no espaço das chaves, para poder ser considerada segura.

Desiderato de Kerckhoff (1883)

1. O sistema deve ser, se não formalmente inquebrável, inquebrável em termos práticos.
2. A quebra do detalhes do sistema não deve implicar os correspondentes.
3. As chaves devem ser facilmente memorizáveis e fáceis de mudar.
4. A mensagem cifrada deve poder ser enviada telegraficamente.
5. Os mecanismos de cifragem devem ser transportáveis e devem poder ser operados por uma só pessoa.
6. O sistema deve ser simples de usar, não requerendo uma longa lista de regras ou um raciocínio complicado.

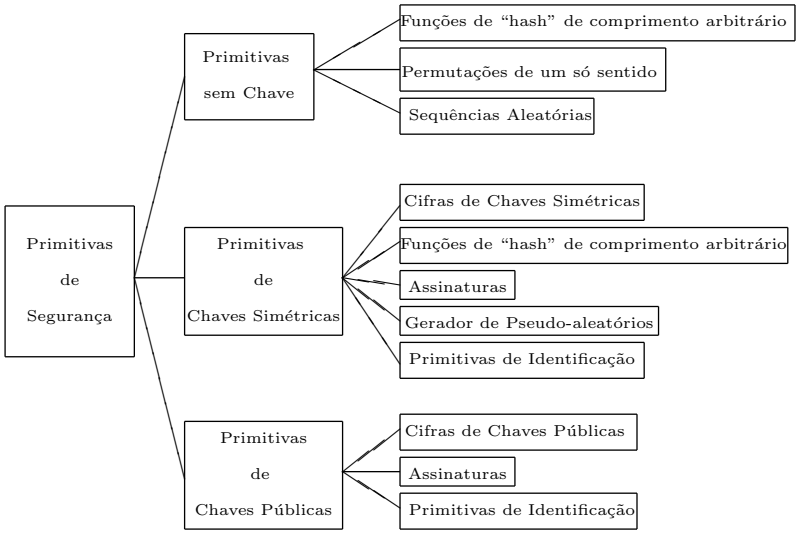
Definição (Princípio de Kerckhoff)

Os algoritmos de encriptação devem ser do conhecimento público. A segurança do sistema só se deve basear na chave escolhida.

Ferramentas Criptográficas

- Esquemas de encriptação
- Funções de "hash".
- Esquemas de assinaturas digitais.
- Sequências Aleatórias.
- Primitivas de Identificação.

Taxonomia



Terminologia Básica

Definição (Alfabeto de Definição)

$\mathcal{A}$ denota um conjunto finito de símbolos designado por alfabeto de definição.

Definição (Espaço das Mensagens)

$\mathcal{M}$ denota um conjunto designado o espaço das mensagens. *$\mathcal{M}$ consiste de sequências de elementos de um alfabeto de definição ("strings"). Um elemento de $\mathcal{M}$ é designado por* mensagem de texto claro (não cifrado).

Definição (Espaço das Mensagens Cifradas)

$\mathcal{C}$ denota um conjunto designado por espaço das mensagens cifradas. *$\mathcal{C}$ consiste de sequências de elementos de um dado alfabeto de definição, o qual pode diferir do usado em $\mathcal{M}$. Um elemento de $\mathcal{C}$ é designado por um texto cifrado.*

Terminologia Básica

Definição (Espaço das Chaves)

$\mathcal{K}$ denota um conjunto designado por espaço das chaves. *Um elemento de $\mathcal{K}$ é designado por* chave.

Definição (Função de Encriptação)

Cada elemento $e \in \mathcal{K}$ determina, de forma única, uma bijecção de $\mathcal{M}$ para $\mathcal{C}$, designada por E_e. A bijecção E_e é designada por função de encriptação, *ou* transformação de encriptação.

Definição (Função de Desencriptação)

para cada $d \in \mathcal{K}$, D_d denota a bijecção de $\mathcal{C}$ para $\mathcal{M}$. D_d é designada por função de desencriptação, *ou* transformação de desencriptação.

$$D_d(E_e(m)) = m$$

Encriptação

Definição (Encriptação)

O processo de aplicar a transformação E_e a uma mensagem $m \in \mathcal{M}$ é usualmente designado por encriptar *m, ou a* encriptação de *m.*

Definição (Desencriptação)

O processo de aplicar a transformação D_d a um texto cifrado $c \in \mathcal{C}$ é usualmente designado por desencriptar *c, ou a* desencriptação de *c.*

Definição (Par de Chaves)

As chaves e e d na definição anterior são designadas por par de chaves, *e usualmente denotadas por (e, d). Note-se que as chaves podem ser iguais.*

Esquema de Encriptação (Cifra)

Definição (Esquema de Encriptação (ou cifra))

Um esquema de encriptação *consiste de um conjunto $\{E_e : e \in \mathcal{K}\}$ de transformações de encriptação e um conjunto correspondente $\{D_d : d \in \mathcal{K}\}$ de transformações de desencriptação com a propriedade de que para todo o $e \in \mathcal{K}$ existe uma chave única $d \in \mathcal{K}$ tal que $D_d = E_e^{-1}$; isto é, $D_d(E_e(m)) = m$ para todo o $m \in \mathcal{M}$.*

Um esquema de encriptação e usualmente designado por cifra.

Esquema de Encriptação (Cifra)

Em ordem a construir um esquema de encriptação é então necessário seleccionar:

- um alfabeto (finito) de definição;
- um espaço de mensagens $\mathcal{M}$;
- um espaço das mensagens cifradas $\mathcal{C}$;
- um espaço de chaves $\mathcal{K}$;
- um conjunto de transformações de encriptação $\{E_e : e \in \mathcal{K}\}$;
- um correspondente conjunto $\{D_d : d \in \mathcal{K}\}$ de transformações de desencriptação.

Criptografia Clássica

Designam-se por *cifras clássicas* as cifras pré-computacionais, isto é, cifras desenvolvidas e utilizadas tendo por base processos mecânicos, ou mesmo manuais.

São, em geral, *cifras fracas*, se se tiver em conta os actuais meios criptoanalíticos à nossa disposição.

- Stinson, Douglas, *Cryptography: Theory and Practice*, CRC, 2006.
- Richard Spillman. *Classical and Contemporary Cryptology*. Prentice Hall, 2005.
- Viktoria Tkotz. *CRIPTOGRAFIA - Segredos Embalados para Viagem*. NOVATEC Editora, São Paulo, Brasil, 2005.