

## Recursão

**37** Elabore um programa que calcule os  $k$  primeiros termos da série harmónica:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

**38** Escreva um sub-programa que calcule o factorial de um número. Usando esse sub-programa escreva um programa que calcule o número de combinações de  $m$ ,  $n$  a  $n$  sabendo que:

$$C_n^m = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

**39** Escreva um programa que calcule o m.m.c de dois números inteiros positivos, baseando-se na seguinte propriedade:

$$\text{mmc}(a, b) = \frac{a \times b}{\text{mdc}(a, b)} \text{ e sabendo que: } \text{mdc}(a, b) = \begin{cases} a & \text{se } b = 0 \\ \text{mdc}(b, a \bmod b) & \text{se } b \neq 0 \end{cases}$$

**40** O sub-factorial ( $!n$ ) de um número inteiro não negativo é definido por:

$$!n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ !(n-1) \cdot n + (-1)^n & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

1. Escreva uma função recursiva para calcular  $!n$ .
2. Escreva a correspondente versão iterativa.

**41** Implemente uma função recursiva que permita calcular a potência:

$$x^n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ x^{n-1} * x & \text{se } n > 0 \\ x^{n+1} / x & \text{se } n < 0 \end{cases}$$

para  $n$  inteiro e  $x$  real.

**42** Seja  $\text{Comissões}(m, n)$  o número de diferentes comissões de  $n$  pessoas que se podem formar por eleição entre  $m$  pessoas. Por exemplo,  $\text{Comissões}(4, 3) = 4$ , porque dadas quatro pessoas, **A**, **B**, **C** e **D**, há quatro possíveis comissões de três membros, **ABC**, **ABD**, **ACD** e **BCD**. É sabido que:

- $\text{Comissões}(m, n) = 1$  quando  $m = n$ ;
- $\text{Comissões}(m, n) = m$  quando  $n = 1$ ;
- $\text{Comissões}(m, n) = \text{Comissões}(m-1, n-1) + \text{Comissões}(m-1, n)$  quando  $m > n > 1$ .

Escreva uma função recursiva que calcule  $\text{Comissões}(m, n)$  para  $m \geq n \geq 1$ .

**43** Implemente uma função recursiva que permita escrever, por ordem inversa, os dígitos de um número inteiro.

44 Para uso dos alunos do Ensino Primário, pretende-se imprimir uma tabuada de multiplicar. Por exemplo, para  $n = 5$ , tal tabuada terá o seguinte formato:

```
1
2 4
3 6 9
4 8 12 16
5 10 15 20 25
```

Elabore um procedimento recursivo para imprimir uma tabuada de tamanho  $n$ , de cabeçalho:

```
void function imprimirTabuada(int n);
```

45 Considere a seguinte função, definida em  $\mathbb{N}$ :

$$P(n) = \prod_{i=1}^n (2i - 1)$$

1. Elabore uma função recursiva para o seu cálculo.
2. Construa uma versão iterativa da mesma função.