

NOME DO ALUNO: \_\_\_\_\_

*O primeiro grupo de questões é de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).*

1. Em cada uma das alíneas seguintes indique o valor lógico das afirmações:

(**V**: verdadeira; **F**: falsa)

**V**   **F**

(a) Os polinómios  $x^2 + x + 2$  e  $x^3 + x^2 + 3x + 1$  de  $\mathbb{Q}[x]$  são primos entre si.

--	--

(b) Se  $C$  é um corpo,  $p_1(x), p_2(x) \in C[x]$  são do mesmo grau e  $p_1(x) \mid p_2(x)$  então  $p_1(x) = p_2(x)$ .

--	--

(c)  $x^6 - 3x^4 + 3x^2 + 6$  é irredutível sobre  $\mathbb{Q}$ .

--	--

(d)  $x^3 - 3x^2 + 3x - 9$  é irredutível sobre  $\mathbb{Q}$ .

--	--

2. Seja  $\theta$  uma raiz não racional do polinómio da alínea anterior (1.d).

(a) Determine a extensão  $\mathbb{Q}(\theta)$ .

(b) Qual é o inverso de  $1 + \theta$  em  $\mathbb{Q}(\theta)$ ?

3. (a)  $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 - 2x + 2 \rangle$  é um corpo? Porquê?

(b) Mostre que todo o elemento de  $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 - 2x + 2 \rangle$  é uma classe da forma  $a + bx + \langle x^2 - 2x + 2 \rangle$ .

(c) Determine uma fórmula para a multiplicação

$$(a + bx + \langle x^2 - 2x + 2 \rangle) \cdot (c + dx + \langle x^2 - 2x + 2 \rangle)$$

em  $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 - 2x + 2 \rangle$ .