

- Considere o anel $(\mathbb{Z}_6, +_6, \times_6)$.

(1) Determine os divisores de zero e os elementos invertíveis de \mathbb{Z}_6 , enumerando-os.

(2) Apresente um exemplo de três elementos $x, a, b \in \mathbb{Z}_6$ tais que $xa = xb$.

- Considere agora o anel produto $A = \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$ com as operações definidas do seguinte modo:

$$(a, b, c) + (x, y, z) = (a +_6 x, b +_6 y, c +_6 z), \quad (a, b, c) \cdot (x, y, z) = (a \times_6 x, b \times_6 y, c \times_6 z).$$

(3) Qual é a identidade deste anel? Determine o inverso (para a multiplicação) do elemento $(1, 5, 5)$.

(4) Liste todos os elementos invertíveis de A .

(5) Determine os divisores de zero de A que não têm nenhuma coordenada nula. Quantos são?

- Considere o subconjunto $I = \{(a, 0, 0) \mid a \in \mathbb{Z}_6\}$ de A .

(6) Mostre que I é um ideal de A . Averigüe se é primo.

(7) Quantas classes laterais $(x, y, z) + I$, distintas, existem em A ?