Duração: 1h15m **Teste 2** 27/04/2012

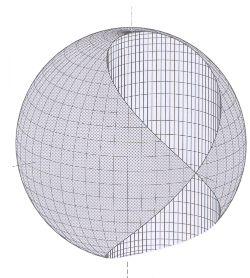
Justifique convenientemente as suas respostas e indique os principais cálculos

---

1. Considere a curva de Viviani $\gamma\colon [0,4\pi] \to \mathbb{R}^3$ definida por $\gamma(t) = (1+\cos t, \sin t, 2\sin\frac{t}{2})$. Mostre que:

   (a) γ está contida na intersecção do cilindro de equação $(x-1)^2 + y^2 = 1$ com a esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$.

   (b) γ tem curvatura $\kappa(t) = \frac{\sqrt{13+3\cos t}}{(3+\cos t)^{\frac{3}{2}}}$ e torsão $\tau(t) = \frac{6\cos\frac{t}{2}}{13+3\cos t}$.



2. Diga, justificando convenientemente a sua resposta, quais das seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas. (Atenção: resposta sem a devida justificação não será cotada.)

   (a) A curva $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ parametrizada por $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$ é plana.

   (b) Para quaisquer $r \in \mathbb{R}^+$ e $a \in \mathbb{R}$, as rectas normais à hélice $h_{a,r}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ definida por $h_{a,r} = (r\cos t, r\,\mathrm{sen}\,t, at)$ são ortogonais ao eixo OZ.

   (c) Sendo $\beta\colon I \to \mathbb{R}^3$ uma curva parametrizada por comprimento de arco cuja curvatura nunca se anula e $\alpha\colon I \to \mathbb{R}^3$ a curva definida por $\alpha(t) = \beta'(t)$, então
   $$\alpha''(t) = -\kappa_\beta(t)^2 T_\beta(t) + \kappa'_\beta(t) N_\beta(t) + \kappa_\beta(t)\tau_\beta(t) B_\beta(t).$$

   (d) 0 é um valor regular da função $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y,z) = x^2+y^2-z^2$.

   (e) $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \in \mathbb{R}^+, x^2+y^2 = z^2\}$ é uma superfície.
