

Duração: 2h30m

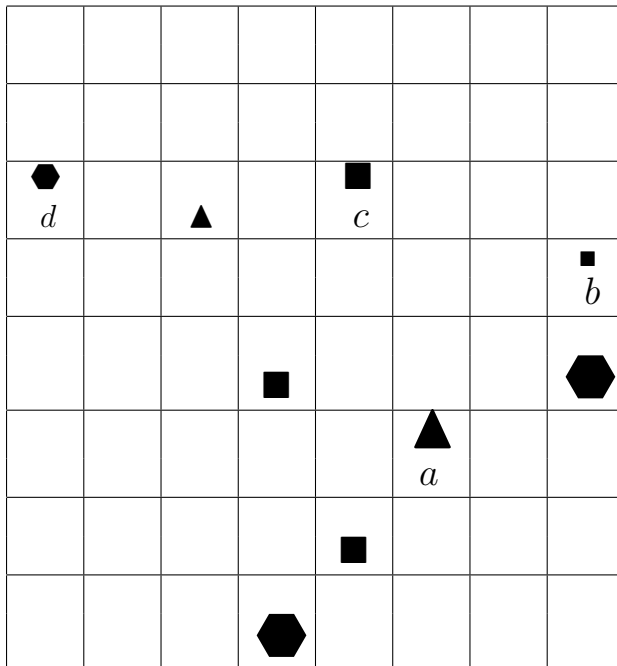
Nas questões **1** e **2** de escolha múltipla, cada resposta certa terá a cotação máxima atribuída e cada resposta errada terá o valor negativo da metade dessa cotação.
 Nas questões restantes, justifique convenientemente as suas respostas e indique os principais cálculos.

1. Indique o valor de verdade das seguintes cinco sentenças nos mundos A e B abaixo

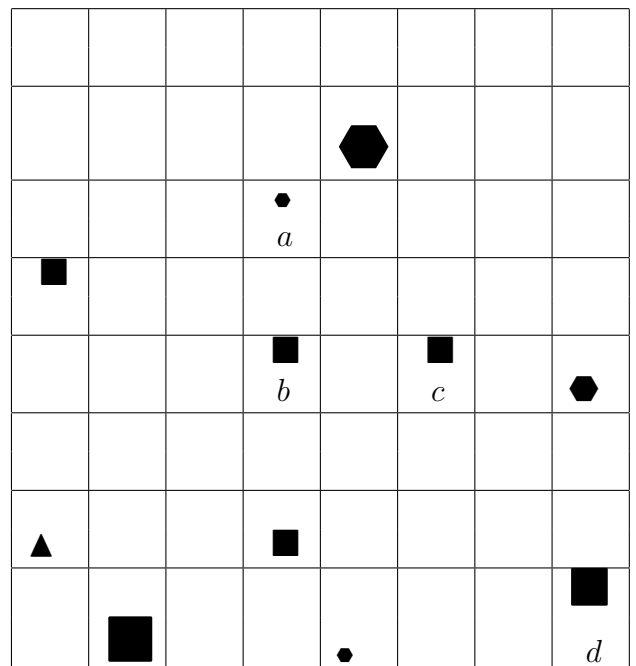
(V: verdade, F: falso):

- (a) $\text{Small}(a) \leftrightarrow \text{SameRow}(b, c)$.
- (b) $\neg (\text{Cube}(b) \rightarrow \text{RightOf}(b, a))$.
- (c) $\forall x \exists y (x \neq y \wedge \neg \text{SameShape}(x, y) \rightarrow \text{RightOf}(x, y))$.
- (d) $\exists x \forall y (x \neq y \rightarrow \text{RightOf}(y, x))$.
- (e) $\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \forall y (\text{Tet}(y) \rightarrow \exists z (\text{Smaller}(x, z) \wedge \text{RightOf}(z, y))))$.

Mundo A



Mundo B



- ▲ Tetraedro Pequeno
- ▲ Tetraedro Médio
- ▲ Tetraedro Grande

- Cubo Pequeno
- Cubo Médio
- Cubo Grande

- Dodecaedro Pequeno
- ⬠ Dodecaedro Médio
- ⬠ Dodecaedro Grande

2. Indique se os seguintes argumentos sobre mundos Tarski estão correctos: (**S**: sim; **N**: não) **S** **N**

(a) Se $\exists x \text{Cube}(x) \wedge \exists x \text{Small}(x)$ então $\exists x [\text{Cube}(x) \wedge \text{Small}(x)]$.

--	--

(b) Se $\forall x [\text{Cube}(x) \vee \text{Dodec}(x)]$, $\forall y [\text{Cube}(y) \rightarrow \text{Large}(y)]$ e $\exists y \neg \text{Large}(y)$,
então $\exists x \text{Dodec}(x)$.

--	--

3. Calcule:

(a) $\sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^{40} 2i(j-1)$.

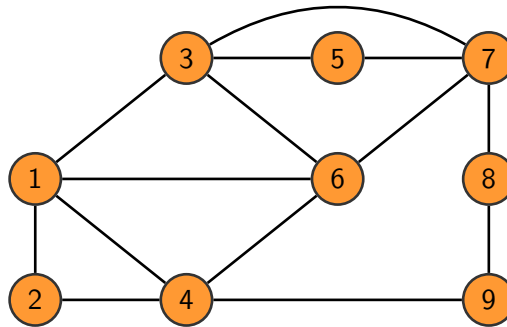
(b) $\text{mdc}(105,12)$ (usando o algoritmo de Euclides).

(c) Um número natural n tal que $n \equiv_6 3$ e $n \equiv_8 5$.

(d) O número de soluções inteiras da equação $x_1 + \dots + x_8 = 5$ nas quais $0 \leq x_i$ (para todo o i).

(e) O número de soluções inteiras da equação $x_1 + \dots + x_8 = 5$ nas quais $0 \leq x_i \leq 1$ (para todo o i).

4. O grafo seguinte é euleriano:



Determine um seu caminho euleriano e uma sua partição em ciclos.

5. Seja G uma árvore com 8 vértices.

(a) Diga, justificando sucintamente, se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas:

(i) G pode ter todos os vértices com grau 2.

(ii) G pode ter dois vértices de grau 5.

(iii) G pode ter um vértice de grau 8.

(iv) G pode ter dois vértices de grau 4.

(b) Quantos vértices de grau 3 terá G se só tiver vértices de grau 1 ou de grau 3?

6. Considere *passwords* de comprimento n , formadas com as letras X, Y, Z, contendo exactamente x X's, y Y's e z Z's ($x + y + z = n$).

(a) Qual é o menor valor possível para n de modo a podermos ter pelo menos 27 *passwords* diferentes? Quais são os valores de x, y e z nesse caso?

(b) E se impusermos a restrição adicional $x = y = z$, qual será o menor valor possível para n ?