

Nas questões de escolha múltipla **1(a)** e **2(a)**, cada resposta certa terá a cotação máxima atribuída e cada resposta errada terá o valor negativo da metade dessa cotação. Nas questões restantes, justifique convenientemente as suas respostas e indique os principais cálculos.

Duração: 1h30m

1. (a) Indique o valor de verdade (V: verdade, F: falso) das seguintes sentenças nos mundos **A** e **B** abaixo:

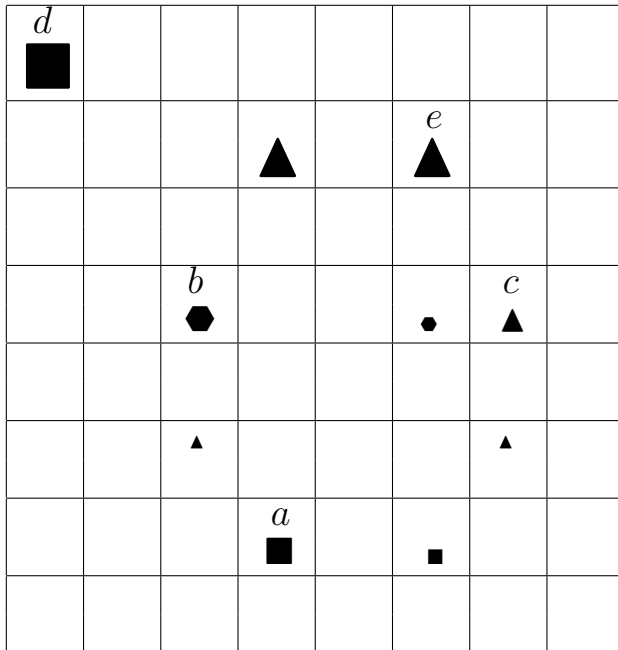
(a1) $\exists x(\text{Cube}(x) \wedge \text{Large}(x)) \wedge \exists y \text{LeftOf}(y, b)$.

(a2) $\forall x \forall y [(\text{Cube}(x) \wedge \text{Cube}(y) \wedge x \neq y) \rightarrow \neg \text{SameSize}(x, y)]$.

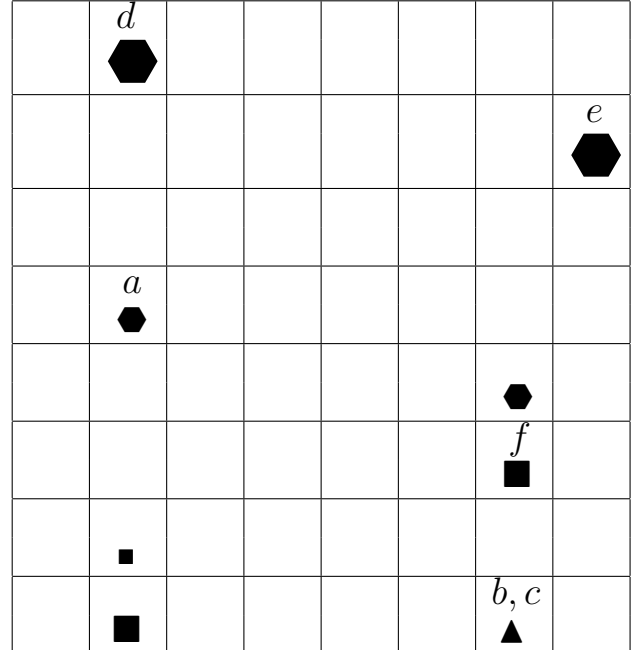
(a3) $\neg[(\text{Dodec}(b) \vee \text{Dodec}(c)) \leftrightarrow \exists x \text{LeftOf}(c, x)]$.

(b) Em (a3), justifique a sua resposta.

Mundo A



Mundo B



- | | | |
|--|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ▲ Tetraedro Pequeno ▲ Tetraedro Médio ▲ Tetraedro Grande | <ul style="list-style-type: none"> ■ Cubo Pequeno ■ Cubo Médio ■ Cubo Grande | <ul style="list-style-type: none"> ● Dodecaedro Pequeno ⬡ Dodecaedro Médio ⬡ Dodecaedro Grande |
|--|---|---|

2. (a) Indique (V: dedução válida; F: dedução falaciosa) se as seguintes deduções são válidas em qualquer mundo Tarski:

(i) Se $\text{Tet}(a) \rightarrow \neg\text{Small}(a)$ e $\neg\text{Small}(a)$, então $\text{Tet}(a)$.

(ii) Se $\text{Large}(a)$ e $\forall x (\text{Cube}(x) \leftrightarrow \text{Medium}(x))$, então $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \neg\text{SameSize}(x, a))$.

(iii) Se $\text{Tet}(b)$, $\text{Cube}(c)$ e $\text{Larger}(c, b)$, então $(\text{Tet}(b) \wedge \text{Small}(b)) \vee (\text{Cube}(c) \wedge \text{Large}(c))$.

(b) Nos casos em que respondeu F, apresente um exemplo de um mundo que justifique a sua resposta.

3. Prove que $\sum_{i=0}^n (1 - 8i) = 1 - 4n^2 - 3n$ para qualquer inteiro $n \geq 0$:

(a) usando o método de indução matemática.

(b) usando propriedades dos somatórios.

4. Calcule:

(a) $\sum_{i=1}^{200} i(i+1)$.

(b) $\sum_{i=-1}^{25} [(-1)^i \sum_{j=1}^{60} 2j^3]$.

(c) O número de arestas do grafo completo K_{101} .

(d) Os valores de n ($n \geq 2$) para os quais o grafo completo K_n é euleriano. E semi-euleriano?

5. Escreva as seguintes expressões usando a notação abreviada de somatório:

(a) $\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^5 + \frac{1}{6}x^7 + \frac{1}{8}x^9 + \frac{1}{10}x^{11} + \frac{1}{12}x^{13}$.

(b) $1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{6}{x^3} + \frac{24}{x^4} - \frac{120}{x^5} + \frac{720}{x^6}$.

(c) $x + x^2 + (x^2)^3 + ((x^2)^3)^4 + \dots + \left(\dots ((x^2)^3)^4 \dots \right)^n$.
