

O primeiro grupo de questões é de escolha múltipla; uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída e uma resposta errada perderá metade dessa cotação (desde que a nota do teste permaneça não negativa).

1. Em cada uma das alíneas seguintes indique o valor lógico das afirmações:

(**V**: verdadeira; **F**: falsa)

V **F**

- (a) Para qualquer curva plana $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^2$ parametrizada por comprimento de arco, $\kappa_s(s) = \gamma_1'(s)\gamma_2''(s) - \gamma_1''(s)\gamma_2'(s)$.
- (b) Rodando 90° , no sentido negativo, o vector $v = (v_1, v_2)$ de \mathbb{R}^2 , obtem-se o vector $(-v_2, v_1)$.
- (c) Para quaisquer $r \in \mathbb{R}^+$ e $a \in \mathbb{R}$, as rectas normais à curva $h_{a,r} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $h_{a,r} = (r \cos t, r \sin t, at)$ são ortogonais ao eixo OZ .
- (d) 0 é um valor regular da função $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$.
2. (a) Qual é a propriedade geométrica que define as hélices generalizadas $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$? Como se caracterizam estas curvas em termos da curvatura e da torsão?
- (b) Sendo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função suave, considere a curva

$$\begin{aligned} \gamma : \mathbb{R}^+ &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ t &\longmapsto \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^t \sin f(r) dr, \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^t \cos f(r) dr, \frac{\sqrt{2}}{2} t \right). \end{aligned}$$

Mostre que γ é uma hélice generalizada. Qual é o seu eixo?