

Duração: 45m

Teste 2

12/04/07

NOME:

---

1. Sejam  $a, b, c$  três números reais não nulos. Considere a curva  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $\gamma(t) = (3at, 3bt^2, ct^3)$ . Mostre que a equação do plano osculador, no ponto  $\gamma(1)$ , é igual a

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

2. Seja  $\beta : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  uma curva parametrizada por comprimento de arco, tal que  $\kappa_\beta > 0$  e seja  $\alpha : I \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $\alpha(t) = \beta'(t)$ . Mostre que:

(a)  $\alpha''(t) = -\kappa_\beta(t)^2 T_\beta(t) + \kappa'_\beta(t) N_\beta(t) + \kappa_\beta(t) \tau_\beta(t) B_\beta(t)$ .

(b)  $\kappa_\alpha(t) = \sqrt{\left(\frac{\tau_\beta(t)}{\kappa_\beta(t)}\right)^2 + 1}$ .

(c) Se  $\beta$  é uma hélice generalizada então  $\kappa_\alpha$  é constante.

---