

1. Considere o sistema

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt}(t) &= v(t) \\ \frac{dv}{dt}(t) &= -u(t) - v(t).\end{aligned}$$

- (a) Determine os pontos de equilíbrio.
 (b) Verifique que a função

$$V(x, y) = x^2 + y^2$$

é uma função de Lyapunov para o sistema anterior no ponto $(0, 0)$.

- (c) Estude a estabilidade do sistema nos pontos de equilíbrio.

2. Considere os sistemas

$$\begin{aligned}\text{(a)} \quad x_t &= -x - 2y - xy \\ y_t &= -x - y + xy, & \text{(b)} \quad x_t &= -x - xy \\ y_t &= -x - 2y + xy,\end{aligned}$$

com $x(0) = x_0$ e $y(0) = y_0$. Estude, em cada um deles, a estabilidade do estado estacionário $(x, y) = (0, 0)$.

3. Suponha que um lobo persegue um coelho. O coelho corre em linha recta a uma velocidade constante R . O lobo corre a uma velocidade constante H sempre em direcção ao coelho, como está indicado na figura.

- (a) Escreva um sistema de equações diferenciais que descreva o movimento do lobo e do coelho.
 (b) Verifique que, se $H > R$, o lobo chega a alcançar o coelho.

