

MÉTODOS MATEMÁTICOS DA BIOLOGIA

ANO LECTIVO DE 2006/2007

FOLHA 1

1. Considere um modelo de crescimento de uma população traduzido pela equação não linear

$$x_{n+1} = \frac{\lambda x_n}{1 + x_n},$$

com $\lambda > 0$.

- Determine os estados estacionários.
 - Discuta a natureza dos estados estacionários em função do parâmetro e identifique as bifurcações.
 - Ilustre, usando o MATLAB, os casos considerados na alínea anterior.
2. Considere o modelo de Hassell

$$x_{n+1} = \frac{R_0 x_n}{(1 + x_n)^b}.$$

com R_0 e b positivos.

- Determine os estados estacionários da equação para $R_0 < 1$ e $R_0 > 1$.
 - Mostre que se $R_0 > 1$ e $0 < b < 1$ o estado estacionário não trivial é monotonamente estável. O que acontece se $b > 1$?
 - Ilustre as conclusões da alínea anterior com gráficos *teia de aranha* usando o MATLAB. Pode usar o programa *cobweb* disponível na página da disciplina.
 - Marque no plano (R_0, b) as diferentes regiões do espaço dos parâmetros que caracterizam a estabilidade do estado estacionário não trivial.
3. Um dos meios de controlar pragas de insectos é introduzir e manter insectos estéreis na população. O seguinte modelo foi usado para traduzir a dinâmica de uma população de insectos

$$N_{n+1} = R_0 N_n \frac{N_n}{N_n + S} \frac{1}{1 + a N_n},$$

onde $R_0 > 1$, $a > 0$ e S representa a população estéril.

- Determine uma equação para os estados estacionários N^* e relacione S e N^* através de um gráfico de S como função de N^* .
- Qual é o menor valor S_c de S que leva a população de insectos à extinção?