

20/07/2005

Duração: 2h 30m

1. Na categoria $\mathcal{P}Conj$ dos conjuntos pontuados e das funções que preservam o ponto base, descreva
 - (a) Objecto zero.
 - (b) Monomorfismos e epimorfismos.
 - (c) O produto e o coproduto de $(\mathbb{N}, 1)$ por $(\mathbb{Z}, 0)$.
 - (d) Uma subcategoria não trivial.
 - (e) Uma categoria equivalente, mas não isomorfa, a $\mathcal{P}Conj$ e a correspondente equivalência.
2. Defina e dê um exemplo de
 - (a) Colimite
 - (b) Categoria de funtores $Conj^{\mathcal{D}}$
 - (c) Functor representável.
3. Prove que
 - (a) Se $g \cdot f = 1$ então g é um epimorfismo regular. Enuncie o dual.
 - (b) Numa categoria $\mathcal{C}$ são equivalentes
 - (i) $f : A \rightarrow B$ é um monomorfismo;
 - (ii) $\mathcal{C}(X, f)$ é injectiva para todo o objecto $X \in \mathcal{C}$.
 - (c) Uma categoria com produtos binários e igualizadores tem produtos fibrados.
 - (d) O functor $G = Conj(\mathbb{N}, -)$ tem adjunto à esquerda $F = \mathbb{N} \times -$ (Unidade? Co-unidade?) mas F não tem adjunto à esquerda.
 - (e) Se o functor $H : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ é uma equivalência de categorias então H é fiel e pleno.