

1. Utilizando o software *cplex*, resolva os seguintes problemas de programação linear:

(a) *maximizar* $z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$

sujeito a :

$$-x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$$

$$x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 30$$

$$0 \leq x_1 \leq 40$$

$$x_2, x_3 \geq 0$$

(b) *maximizar* $z = 3x_1 + 4x_2$

sujeito a :

$$2x_1 + x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Acrescente agora a condição de todas as variáveis serem inteiras. Comente os resultados.

2. Para cada um dos problemas da alínea anterior, utilizando o software *cplex*, altere os termos independentes, os limites das variáveis e os custos da função objectivo. Acrescente/apague restrições e variáveis ao problema. Resolva os problemas resultantes. Escreva ainda os novos problemas e as suas soluções num ficheiro.
3. A prova de natação $4 \times 100\text{m}$ envolve quatro nadadores, que sucessivamente devem nadar 100 metros de costas, bruços, mariposa e estilo livre. Um treinador dispõe de seis nadadores muito rápidos cujos tempos (em segundos), em cada um dos estilos, são dados no quadro seguinte:

Nadador	Estilo			
	costas	bruços	mariposa	livre
1	65	73	63	57
2	67	70	65	58
3	68	72	69	55
4	67	75	70	59
5	71	69	75	57
6	69	71	66	59

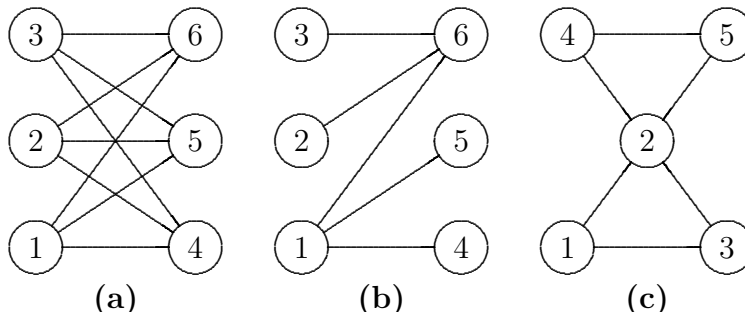
Como deverá o treinador escolher os nadadores para a referida prova, de modo a minimizar a soma dos seus tempos? Verifique que as variáveis envolvidas são binárias mesmo que os tempos sejam alterados para valores não inteiros.

4. Um fabricante de caixas plásticas tem 1200 caixas armazenadas na Fábrica 1 e mais 1000 caixas armazenadas na Fábrica 2. O fabricante recebeu encomendas de três lojas de 1000, 700 e 500 caixas, respectivamente. O custo unitário de transporte (em euros) das fábricas para as lojas é dado no quadro seguinte:

Fábrica	Loja 1	Loja 2	Loja 3
1	14	13	11
2	13	13	12

Determine o plano de transporte de custo total mínimo que satisfaz todas as encomendas a partir das fábricas. Verifique que a solução continua a ser inteira mesmo que os custos não o sejam. Se fosse possível aceitar encomendas não inteiras, a solução continua a ser constituída por valores inteiros?

5. Considere os gráficos das seguintes figuras:



- Determine um emparelhamento de máxima cardinalidade em cada um dos grafo.
- Atribua custos aleatórios às arestas do grafo e determine um emparelhamento de peso máximo.
- Escolha uma atribuição de custos por forma a que o emparelhamento de peso máximo no grafo (a) não seja perfeito.

6. Considere a seguinte tabela:

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1	X	-	X	-	X
2	-	-	X	X	X
3	X	X	X	X	-
c_j	4	25	21	9	12

- Utilizando o software *cplex*, determine uma aproximação para a solução do problema de cobertura ignorando as condições de integrabilidade.
- Determine a solução (inteira) óptima do problema de cobertura.
- Determine a solução (inteira) óptima do problema de partição.
- Verifique o valor deste é inferior ao valor óptimo no problema de cobertura. Justifique.
- Utilizando o software *cplex*, determine uma aproximação para a solução do problema de empacotamento ignorando as condições de integrabilidade.
- A solução obtida na alínea anterior é inteira. Justifique, por isso, que esta é a solução óptima (inteira) do problema de empacotamento.
- Altere o custo das colunas por forma a que a solução óptima da relaxação do problema de empacotamento tenha custo melhor do que a solução óptima inteira.