

Departamento de Matemática
Disciplina de Programação Avançada
Ano lectivo de 2019/2020
Proposta de tema

Título: Grafo das classes de comutação das palavras reduzidas da maior permutação do grupo simétrico

Sumário: O grupo simétrico S_n é gerado por transposições de inteiros consecutivos $s_i = (i \ i+1)$, $i = 2, \dots, n-1$, que satisfazem as relações de Moore-Coxeter

1. $s_i s_j = s_j s_i$, se $|i - j| > 1$;
2. $s_i s_{i+1} s_i = s_{i+1} s_i s_{i+1}$.

As relações 1. designam-se por relações de comutação, enquanto que as relações 2. se dizem relações (de trança) longas.

Uma vez que as transposições $s_1, s_2, \dots, s_{n-1}$ geram o grupo simétrico, qualquer permutação pode ser escrita como um produto destas transposições, geralmente de mais de uma forma. Chamamos comprimento da permutação w ao menor inteiro L para o qual é possível escrever w como o produto de L transposições s_i . Se L é o comprimento de w , então uma palavra $s_{i_1} s_{i_2} \cdots s_{i_L} = w$ diz-se uma palavra reduzida de w .

O grupo simétrico S_n possui uma única permutação com comprimento $n(n-1)/2$, a chamada permutação longa w_0 , que transforma o inteiro i em $n-i+1$.

Seja $R(w_0)$ o conjunto de todas as palavras reduzidas de w_0 . Definimos uma relação de equivalência em $R(w_0)$ pondo $w_1 \sim w_2$ se e só se a palavra w_1 se obtém de w_2 por aplicação de uma sequência de relações de comutação. Esta é uma relação de equivalência e denotamos as classes de equivalência por $C(w_0)$.

O grafo das classes de comutação das palavras reduzidas de w_0 tem por vértices os elementos do conjunto $C(w_0)$ e existe uma aresta entre duas classes quando representantes dessas duas classes diferem por uma relação longa. Pretende-se uma representação gráfica deste grafo para certos valores de n .

Condições de Preferência:

Condições Especiais:

Orientador: José Luis Santos

Data: 6 de Julho de 2019

O proponente
Ricardo Mamede