

Canguru Matemático sem Fronteiras 2026

Categoria: Estudante

Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos do 12.º ano de escolaridade

Nome: _____ Turma: _____

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada resposta correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada resposta errada és penalizado em $\frac{1}{4}$ dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

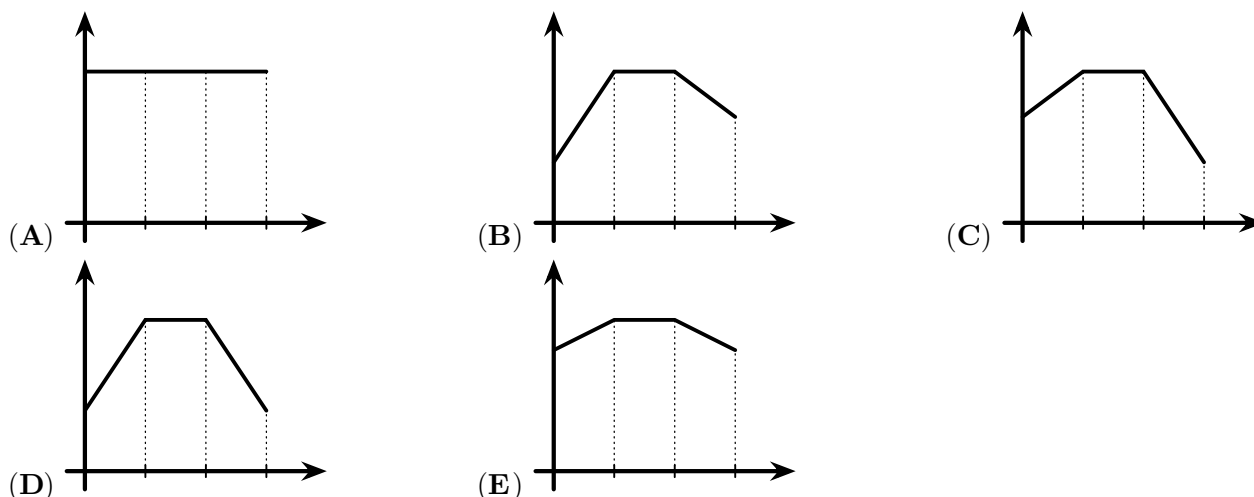
1. As medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo são números inteiros. A medida do comprimento de um lado é 9 e a medida do comprimento de outro lado é 1. Qual é a medida do comprimento do terceiro lado?

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

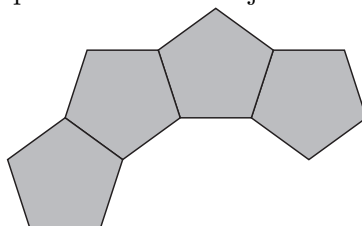
2. Após uma corrida de 30 minutos, o *smartwatch* da Maria apresentou o seguinte relatório:

- Nos primeiros dez minutos, a sua frequência cardíaca aumentou 4 batimentos por minuto (bpm) a cada minuto.
- Nos dez minutos seguintes, a sua frequência cardíaca permaneceu constante.
- Nos últimos dez minutos, a sua frequência cardíaca diminuiu 2 bpm a cada minuto.

Qual das opções seguintes pode ser a representação gráfica da sua frequência cardíaca?



3. Alguns azulejos em forma de pentágonos regulares são dispostos lado a lado, partilhando uma aresta, para formar um anel. A figura abaixo mostra quatro desses azulejos.



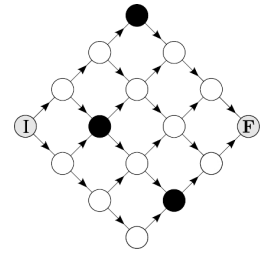
Quantos azulejos existem no anel completo?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 14 (E) 15





4. O Ivo quer ir desde o local assinalado com a letra I até ao local assinalado com a letra F, locais indicados na figura ao lado. Ele só pode seguir pelos caminhos marcados e apenas nas direções indicadas pelas setas. Ele também deve evitar as pedras pretas. Quantos percursos diferentes pode o Ivo fazer?



- (A) 5 (B) 6 (C) 7
(D) 8 (E) 9

5. Qual é o maior número que se pode obter substituindo os quatro espaços em branco na expressão $(\square + \square)^{(\square - \square)}$ pelos quatro algarismos 2, 0, 2 e 6?

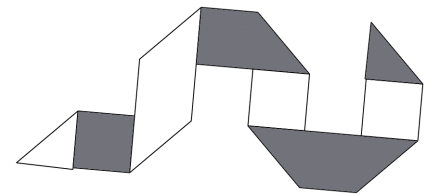
- (A) 2^4 (B) 2^6 (C) 2^8 (D) 2^{10} (E) 2^{12}

6. Uma loja tem a seguinte campanha: Se comprar três artigos, receberá o artigo mais barato gratuitamente. A Júlia escolheu seis pares de meias, cada um com um preço diferente. Individualmente, os preços são os seguintes: 2,90 €; 3,10 €; 3,50 €; 4,30 €; 4,60 € e 4,90 €.

Qual é o valor total máximo dos dois pares de meias que ela pode obter de graça?

- (A) 6,60 € (B) 7,20 € (C) 7,40 € (D) 7,70 € (E) 8,10 €

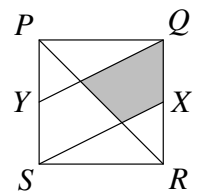
7. O Afonso fez sete dobras numa tira de papel com um lado branco e um lado sombreado, como se vê na figura ao lado, e depois desdobrou o papel. Como fica o lado branco do papel depois de desdobrado?



- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)

8. No diagrama da figura ao lado está representado um quadrado $[PQRS]$. Os pontos X e Y são os pontos médios dos lados $[QR]$ e $[PS]$, respetivamente. Que fração do quadrado está sombreada?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$



9. Um hotel tem nove quartos vagos. Cada quarto pode acomodar três ou quatro pessoas. Um grupo de 30 pessoas vai ficar hospedado no hotel e ocupará completamente cada um dos quartos vagos. Quantos quartos têm capacidade para quatro pessoas?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10. Quantos números com três algarismos, abc , existem, sabendo que $a = \left(\frac{b}{c}\right)^2$?

- (A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 16

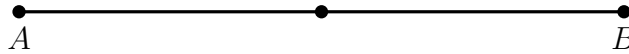


Problemas de 4 pontos

11. O número $\underbrace{333\dots3}_{2026}$ foi dividido por 33. Qual é a soma de todos os algarismos do quociente obtido?

- (A) 1111 (B) 2025 (C) 2026 (D) 3039
(E) Nenhuma das opções anteriores

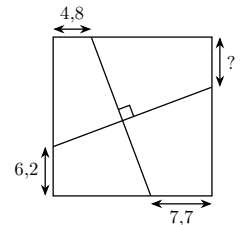
12. Dois pontos P e Q são colocados aleatoriamente num segmento de reta $[AB]$, sem que nenhum deles coincida com o ponto médio.



Qual é a probabilidade do segmento de reta $[PQ]$ conter o ponto médio de $[AB]$?

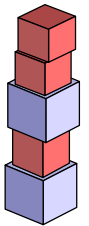
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

13. A figura ao lado mostra um quadrado e dois segmentos de reta perpendiculares. São dadas as medidas dos comprimentos de três segmentos de reta. Qual é a medida do comprimento do segmento de reta assinalado com o ponto de interrogação?



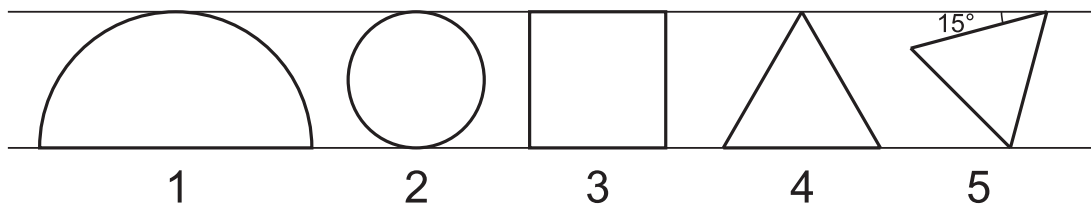
- (A) 5,6 (B) 5,9 (C) 6,1
(D) 6,3 (E) 6,6

14. Queremos construir uma torre com cubos de dois tipos. Um tem 5 cm de aresta e o outro tem 4 cm de aresta. Temos tantos cubos de cada tipo quantos forem necessários. Qual é o maior número inteiro de centímetros que **não pode** ser a altura de uma torre construída por cubos destes tipos?



- (A) 7 cm (B) 11 cm (C) 17 cm (D) 37 cm (E) 101 cm

15. Cinco figuras diferentes foram desenhadas entre duas linhas paralelas:



A figura 1 é um semicírculo; a figura 2 é um círculo; a figura 3 é um quadrado; as figuras 4 e 5 são triângulos equiláteros. As áreas das respetivas figuras são S_1, S_2, S_3, S_4 e S_5 . Qual das seguintes afirmações está correta?

- (A) $S_1 > S_2 > S_3 > S_4 > S_5$ (B) $S_1 > S_4 > S_3 > S_2 > S_5$ (C) $S_1 > S_3 > S_2 > S_4 > S_5$
(D) $S_1 > S_3 > S_4 > S_2 > S_5$ (E) $S_1 > S_3 > S_2 > S_5 > S_4$

16. Dois dados normais são lançados e o produto dos números obtidos é registado.

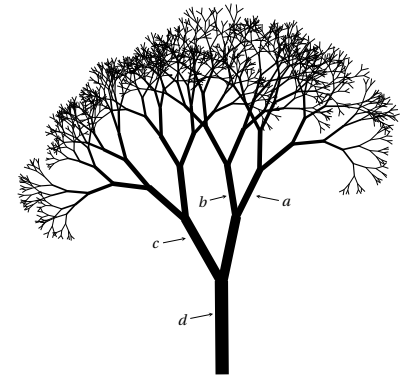
- A Ana ganha um ponto se o produto for divisível por 4.
- O David ganha um ponto se o produto for divisível por 6.

Qual é a probabilidade da Ana e do David ganharem ambos um ponto?

- (A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{7}{36}$ (E) $\frac{2}{9}$

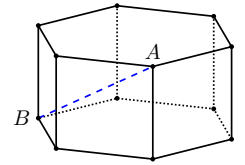


17. Sempre que um ramo da árvore representada na figura ao lado se ramifica em dois, a área transversal total dos dois novos ramos é igual à área transversal do ramo antigo. As secções transversais dos ramos nos pontos a, b, c e d são círculos com diâmetros de 1 cm, 4 cm, 8 cm e x cm, respectivamente. Qual é o valor de x ?



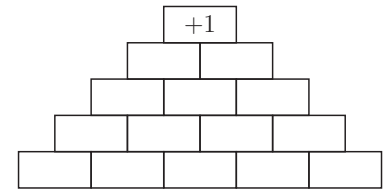
- (A) 9
- (B) 10
- (C) 11
- (D) 12
- (E) 13

18. O prisma hexagonal representado na figura ao lado tem duas faces que são hexágonos regulares e seis faces quadradas. Todas as arestas têm medida de comprimento igual a 1. Qual é a medida de comprimento do segmento de reta $[AB]$ assinalado?



- (A) $\sqrt{2}$
- (B) $\sqrt{3}$
- (C) $\sqrt{4}$
- (D) $\sqrt{5}$
- (E) $\sqrt{6}$

19. O Miguel quer preencher a pirâmide representada ao lado, de baixo para cima, com os números -1 e $+1$, de modo a que cada número, exceto os da linha inferior, seja igual ao produto dos dois números diretamente abaixo dele. No final, o número no topo da pirâmide deve ser $+1$. De quantas maneiras é que ele pode fazer isso?



- (A) 8
- (B) 16
- (C) 18
- (D) 20
- (E) 32

20. A Sofia lançou 100 dados normais e multiplicou todos os números que apareceram nas faces superiores. O produto resultante foi 6^{70} . Qual é o menor número de vezes que o número 6 poderia ter aparecido?

- (A) 10
- (B) 12
- (C) 24
- (D) 30
- (E) 35

Problemas de 5 pontos

21. Os números inteiros $1, 2, \dots, 40$ estão escritos num quadro. O Pedro faz 39 operações com esses números, segundo um padrão. Na k -ésima operação:

- se k não for um múltiplo de 7, ele escolhe quaisquer dois números a, b , apaga-os e escreve $a + b - 1$;
- se k for um múltiplo de 7, ele escolhe quaisquer dois números a, b , apaga-os e escreve $a + b + 5$.

Que número é que fica no quadro no final?

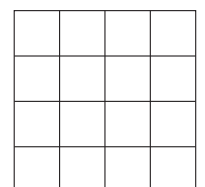
- (A) 781
- (B) 801
- (C) 811
- (D) 819
- (E) 821

22. Os números reais a e b são tais que $9^a = 11^b = 9801$. A que é igual $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$?

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) $\frac{3}{4}$
- (C) 1
- (D) 2
- (E) 3

23. A Rita tem uma tabela 4×4 composta por 16 quadrados. Ela quer usar um cortador para fazer cortes em linha reta nesta tabela, de modo a que nenhum quadrado permaneça intacto. Qual é o menor número de cortes que ela deve fazer?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

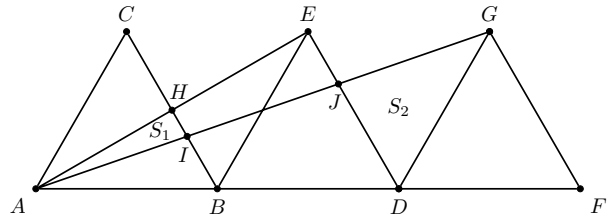




24. A soma de 15 números naturais consecutivos é igual à soma dos 9 números naturais imediatamente seguintes. Qual é o menor destes 24 números?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

25. Três triângulos equiláteros congruentes foram desenhados com as bases no segmento de reta $[AF]$, conforme se pode ver na figura ao lado. Denotemos a área do triângulo $[AIH]$ por S_1 e a área do triângulo $[DGJ]$ por S_2 . Qual é a razão $S_1 : S_2$?



- (A) 1 : 3 (B) 1 : 4 (C) 1 : 5
(D) 2 : 3 (E) 3 : 5

26. Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfaz, para cada número real x ,

$$f(x + 10) = f(x)$$

e

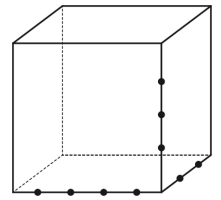
$$f(6 - x) = -f(x).$$

Se $f(27) = 9$, qual é o valor de $f(9) + f(13)$?

- (A) -27 (B) -9 (C) -3 (D) 3 (E) 9

27. Foram marcados nove pontos nas arestas de um cubo, conforme se pode ver na figura ao lado. Quantas pirâmides triangulares existem cujos vértices estão entre esses nove pontos?

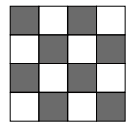
- (A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 60 (E) 72



28. Para cada número natural n , seja a_n o maior inteiro menor ou igual a \sqrt{n} . Qual é o valor de $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2025} - a_{2026}$?

- (A) 0 (B) 2026 (C) -2026 (D) 22 (E) -22

29. Num tabuleiro 4×4 , colorido conforme a figura ao lado, queremos ficar com todos os quadrados brancos, realizando repetidamente a seguinte operação: escolher quaisquer 4 quadrados que formem um quadrado 2×2 e trocar a cor desses 4 quadrados. Qual é o número mínimo de vezes que essa operação deve ser realizada?



- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 16
(E) Não é possível obter o pretendido

30. Para cada número real $x > 0$, define-se $\sqrt[3]{x}$, a raiz triangular de x , como sendo o valor $s > 0$ tal que $\frac{s(s+1)}{2} = x$. Qual das seguintes opções é sempre igual a $\sqrt[3]{4x - \sqrt[3]{x}}$?

- (A) $2\sqrt[3]{x}$ (B) $4\sqrt[3]{x} - 1$ (C) $3\sqrt[3]{x}$ (D) $\sqrt[3]{x^2 + x}$ (E) $\sqrt[3]{x^2}$