



Roteiro das 5 Ilhas: itinerário de simetria das ilhas de Santa Maria, São Jorge, Graciosa, Flores e Corvo

Ricardo Cunha Teixeira

Departamento de Matemática da Universidade dos Açores, rteixeira@uac.pt

Por estar associada à necessidade de contar, de calcular e de organizar o espaço e as formas, a Matemática é conhecida, em geral, como a ciência da quantidade e do espaço. No entanto, esta é uma definição redutora e incompleta, sobretudo tendo em conta a sua extraordinária evolução ao longo dos últimos séculos e os muitos ramos que foram surgindo entretanto. Atualmente, “Matemática: a ciência dos padrões” é a definição que reúne maior consenso por parte da comunidade académica. O trabalho do matemático consiste, portanto, em encontrar, estudar e classificar todo o tipo de padrões. O estudo dos padrões em calçada portuguesa constitui uma excelente oportunidade para perceber como pode ser importante a utilização de ferramentas matemáticas para compreender melhor a realidade que nos rodeia.

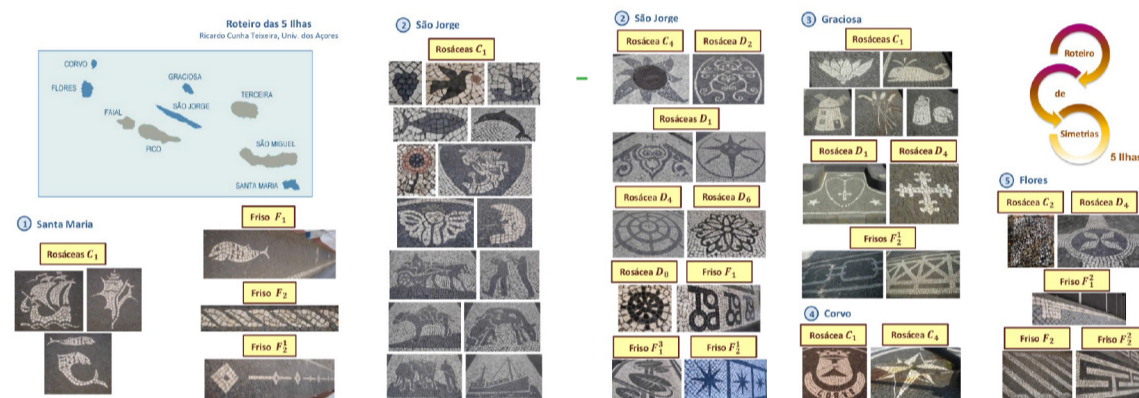
Em 2013, celebra-se o Ano Internacional da Matemática do Planeta Terra (MPT 2013). Ao longo do corrente ano, pretendeu-se desenvolver, um pouco por todo o mundo, numerosas iniciativas que visam alertar para o papel central que a Matemática pode desempenhar em muitas questões relacionadas com o Planeta Terra e também para a sua presença constante no dia a dia. Em Portugal, o Ministério da Educação e Ciência, em parceria com o Ministério dos Negócios Estrangeiros, liderou o processo de criação de um Comité Nacional, sob a égide da Comissão Nacional da UNESCO. Um dos projetos criados pelo Comité Nacional, no âmbito do MPT 2013, visa precisamente o levantamento matemático da calçada portuguesa. Assim, e até ao encerramento desta iniciativa em junho de 2014, todas as atenções estão voltadas para a Matemática das calçadas portuguesas.

A ideia é a de classificar, quanto aos tipos de simetria, os padrões em calçada que encontramos no nosso caminho. O conceito intuitivo de simetria acompanha-nos desde que começamos a ter consciência do mundo em que vivemos. À nossa volta, encontramos inúmeros exemplos de simetria, quer na Natureza (nas asas de uma borboleta, nas pétalas de uma flor ou numa estrela do mar), como na arquitetura, na arte decorativa e em muitos dos objetos com que nos cruzamos todos os dias. Mas apesar de ser fácil reconhecer intuitivamente exemplos de simetria, o seu estudo matemático requer atenção e esforço adicionais. Mesmo assim (e, se calhar, por isso mesmo), este pode ser um desafio altamente motivador.

Em geral, e por uma questão de simplificação, pensamos nas figuras a estudar como conjuntos de pontos do plano. Uma *simetria* de uma figura é um tipo especial de transformação do plano (designada por *isometria* – uma maneira de mover os seus pontos, mantendo as distâncias entre eles), que fixa globalmente essa figura, ou seja, a figura original e a obtida por essa transformação sobrepõem-se por completo. Por exemplo, um quadrado sobrepõe-se a si próprio se for rodado 90 graus em torno do seu centro. Dizemos que essa rotação é uma simetria do quadrado. O conjunto de todas as simetrias de uma figura designa-se por *grupo de simetria* dessa figura.

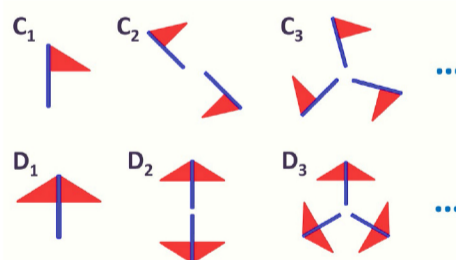
Existem quatro tipos de simetria: *simetria de reflexão em reta* (associada a uma reta, chamada eixo de simetria); *simetria de rotação* (associada a um ponto, chamado centro de rotação, e a uma determinada amplitude); *simetria de translação* (associada a um vetor, com uma determinada direção, sentido e comprimento); e *simetria de reflexão deslizante* (que resulta da composição de uma reflexão em reta com uma translação de vetor paralelo a essa reta). Encontramos diariamente estes quatro tipos de simetria: simetria de reflexão em reta (quando, por exemplo, nos olhamos ao espelho); simetria de rotação (num catavento e nas velas de um moinho); simetria de translação (nos pavimentos e nas varandas); simetria de reflexão deslizante (nas nossas pegadas ao caminharmos descalços na areia).

Apresenta-se neste artigo o *Roteiro das 5 Ilhas*, um itinerário de simetria das ilhas de Santa Maria, São Jorge, Graciosa, Flores e Corvo. Este roteiro contempla as ilhas do Arquipélago para as quais ainda não tinha sido desenvolvido um roteiro matemático das suas calçadas. Preenche-se, assim, uma lacuna que se impunha colmatar.



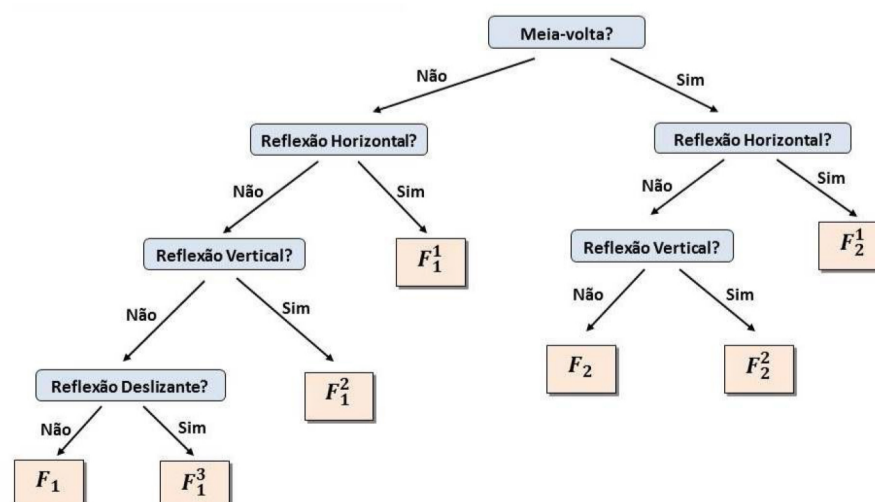
As figuras analisadas no roteiro são de dois tipos: rosáceas e frisos. As *rosáceas* são figuras com simetrias de rotação e, em alguns casos, com simetrias de reflexão em reta. Prova-se que apenas duas situações podem ocorrer: o seu grupo de simetria é um *grupo cíclico* C_n (são figuras com n simetrias de rotação, onde se inclui a rotação trivial de 0 graus) ou um *grupo diedral* D_n (são figuras com n simetrias de rotação e n simetrias de reflexão em reta). As simetrias de rotação têm um centro em comum e estão associadas a amplitudes de $360/n$ graus e aos seus múltiplos. Os eixos de simetria, quando existem, passam todos pelo centro de rotação.

Parece muito complicado, mas não é! Na prática, apenas é necessário identificar o motivo que se repete em torno do centro de rotação e contar o número de repetições (n). Depois, resta verificar se só há simetrias de rotação (C) ou se também há simetrias de reflexão em reta (D). Apresentam-se alguns exemplos no esquema:



No roteiro, encontramos outro tipo de figuras: as que se caracterizam pela repetição de um motivo ao longo de uma faixa. Essas figuras designam-se por *frisos* e a sua classificação baseia-se novamente na forma como o motivo se repete (não propriamente no formato específico desse motivo).

Matematicamente, prova-se que existem apenas 7 maneiras diferentes de repetir um motivo ao longo de uma faixa, recorrendo aos diferentes tipos de simetria do plano. Por haver repetição do motivo ao longo da faixa, a simetria de translação tem presença obrigatória, podendo existir ou não outros tipos de simetria. A primeira pergunta que deve ser colocada por quem pretenda classificar um friso é se existe meia-volta (simetria de rotação de 180 graus). Isto acontece sempre que, ao imaginarmos uma figura de “pernas ao ar”, a sua configuração não se altera. Em seguida, é necessário verificar se existem simetrias de reflexão horizontal (com a mesma direção do friso) ou vertical (com direção perpendicular à do friso), ou se existem simetrias de reflexão deslizante (que produzem padrões semelhantes aos das nossas pegadas ao caminharmos descalços na areia). O seguinte fluxograma é uma boa ajuda na classificação dos frisos



Aproveite para visitar as 5 ilhas contempladas neste roteiro e (re)descobrir a simetria escondida debaixo dos seus pés! Na página Web <http://sites.uac.pt/rteixeira/simetrias>, o leitor encontra informação adicional sobre o levantamento efetuado nos Açores, sendo possível descarregar roteiros de simetria de todas as ilhas.

Aprecie a matemática das calçadas dos Açores! Mas não se fique por aqui. Se observar com atenção toalhas, bordados, tapetes e azulejos, ficará surpreendido com a quantidade de rosáceas e de frisos que encontrará.