



MOCHO

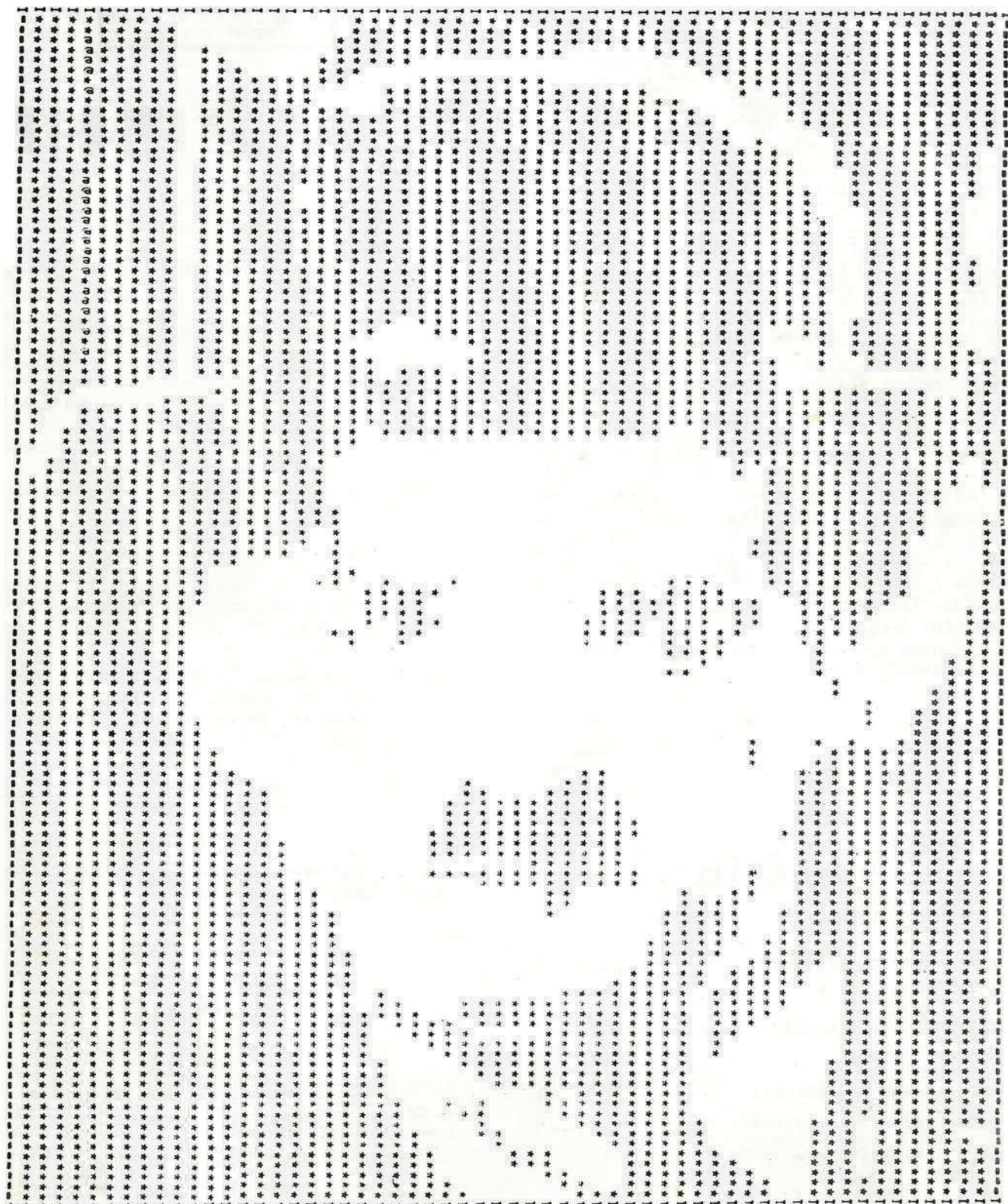
UNIVERSIDADE DE COIMBRA
FACULDADE DE CIÊNCIAS

BIBLIOTECA MATEMÁTICA

REVISTA DE ESTUDANTES DA F.C.T.U.C.

nº 1

março 1977



EDITORIAL

Os espíritos curiosos não deixarão de tecer as mais variadas lucubrações sobre a origem e significado da presente edição de uma revista de estudantes da FCTUC. Antes de seguir, convém pois colocar os pontos em alguns ii.

Primeiro. A originalidade é hoje fenómeno raro e não houvemos que desperdiçar afãs na sua busca. Em 1968-69 vieram a lume alguns números do "Hexágono", onde se coligiam prosas interessantes de divulgação científica, assinadas por alunos da faculdade. O "Hexágono" constitui-se uma iniciativa à margem de um certo sistema de ensino, doutoral, atrofiador, chato, de que 1969 foi o dedo acusador e de que 1974 foi a derrocada (terá sido?). Aos precursores de outrora deixamos uma saudação amiga.

Segundo. Hã, não o duvidamos, espaços em branco na vida da escola. Publicações de impacto cultural, sessões de vulgarização científica, debates de ideias e experiências sobre docência e discência, são inexistentes. Mas, melhor do que atirar pedras para telhados vidrados, é ir montando telhas fortes. Antes que alguém arme em construtor civil contra a vontade dos inquietos.

Terceiro. As nossas páginas permanecem abertas a todos os que entenderem dever participar. Professores e estudantes. Incluímos artigos que abrangem um vasto leque de disciplinas científicas e tecnológicas. Falamos sobre as relações da ciência com a sociedade. Promovemos diálogos e intervenções de vários habitantes da faculdade. Pretendemos passo a passo concretizar um etc. longo e imaginativo.

Quarto e último. "Vale mais a queda do que a segurança de estar parado".

sumário

Mesa Redonda-Investigação Científica	pág.	3
A Célula Viva - 1. O que é a vida?	"	5
Sebastião e Silva - Vida e Obra	"	7
Paradoxos	"	9
Geometrias não euclidianas	"	11
Para que serve um computador	"	14
O que é a Relatividade	"	21



REVISTA DE ESTUDANTES DA FACULDADE
DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Nº 1

MARÇO 1977



Redacção: Gab.002 - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
COIMBRA

Equipa coordenadora: Carlos Fiolhais, Jaime Monteiro Carvalho e Silva, João Filipe Queirô, Maria da Graça Simões de Carvalho.

Composição e impressão: Serviço de Textos da Universidade de Coimbra.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores



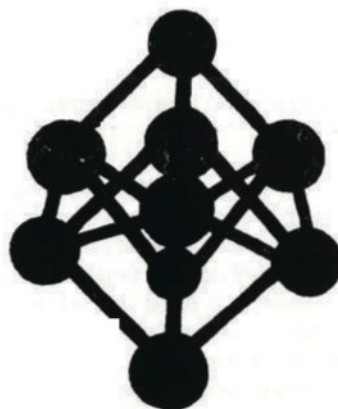
NA CAPA: Desenho de "CHARLOT" executado pelo computador XEROX SIGMA-5 do Laboratório de Cálculo Automático da Universidade de Coimbra.

O MOCHO, na intenção declarada de pôr as pessoas a falar sobre problemas importantes e actuais ligados à Faculdade de Ciências e Tecnologia, decidiu levar a efeito uma "mesa-redonda" sobre investigação científica. Para tal, convidou os Drs. Carlos Sá Furtado (S.F.) de Física Aplicada, Fernanda Aragão (F.A.) de Matemática, João Providência e Costa (J.P.) de Física Teórica, Luís Gama Pereira (G.P.) de Mineralogia e Geologia, e Manuel Assunção Dinis (A.D.) de Biologia.

O MOCHO - Podemos começar falando de casos concretos: em Portugal a investigação está ligada ao INIC, que tem centros de investigação distribuídos pelo país. Ao que se sabe, cá em Coimbra só há um centro aprovado, que é o centro de Geociências. Começava pelo Dr. Gama Pereira para perguntar se existe alguma justificação para esse facto e porque é que os outros centros aqui da Faculdade, que foram propostos, não foram respondidos tão rapidamente como o de Geociências.

G.P. - Eu não pertença ao Secretariado do Centro de Geociências. Mas sei que os problemas da reestruturação da investigação científica no INIC levaram à reformulação de todos os projectos de investigação que existiam, transformando-os de modo a que, especialmente em Lisboa, Porto e Coimbra, não houvesse sobreposição ou não houvesse uma pulverização de projectos que estivessem empenhados na mesma linha de investigação sem uma certa coordenação. E isso levou a que todos os projectos de investigação fossem reorientados racionalmente em centros. Em Coimbra, no campo da Mineralogia e Geologia, havia dois projectos de investigação. Nessa altura respondeu-se a essa solicitação do INIC e propôs-se a organização de um centro de Geociências com três linhas de investigação que se achavam as mais convenientes, não só para incluir as preocupações dos investigadores que trabalham no Laboratório de Mineralogia e Geologia como pa-

INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA



ra dar resposta a certas linhas de interacção que o Laboratório tem com algumas entidades estatais que trabalham no campo da Geologia. Suponho que a maneira como o Centro foi formulado ao INIC mereceu a sua aprovação. Dos outros centros só o INIC poderá dizer alguma coisa.

O MOCHO - Não acha que houve alguma justificação especial relacionada com essa prioridade?

G.P. - Não acho que haja, a menos que o projecto que tenha ido para aprovação tenha ido nos moldes que eram tidos como correctos e portanto mais capazes de ser avaliados e aprovados rapidamente. Se nisso se envolvessem alguns problemas de fundo ou de base, suponho que o INIC levaria mais tempo a avaliá-los e a dar uma resposta e portanto a aprová-los.

O MOCHO - Houve outros departamentos que em devido tempo propuseram também os seus centros de investigação e até agora não receberam resposta. Estão aqui duas pessoas da Física, uma ligada à Física experimental e outra ligada à Física teórica. Queria portanto saber o que está a acontecer na Física em relação a esses planos que foram enviados de forma correcta e que ainda não foram respondidos.

J.P. - Quanto ao atraso, não sei qual o motivo. Nós desconfiávamos que a proposta que fizemos não foi inteiramente de acordo com as exigências do MEIC. Por exemplo, nós não indicámos um supervisor para cada linha de trabalho, mas um conjunto de pessoas. De modo que pode ser isso. De qualquer modo isso não prejudicou em nada a actividade das pessoas que estavam ligadas a esse centro porque temos continuado a receber os subsídios de investigação e a investigação tem continuado a decorrer.

S.F. - Daquilo que sei do Centro projectado, designado por Centro de Física Aplicada, julgo que a proposta, enviada em devido tempo ao IAC (ago-



ra INIC), foi devidamente organizada; se acaso havia incorrecções, consistiam em meros detalhes sem importância significativa. O que me parece é que surgiram graves divergências entre as concepções da Secretaria de Estado do Ensino Superior e as dos órgãos de gestão então em exercício na Faculdade. Estas concepções contraditórias, quer em objectivos quer em organização, chocavam-se tão profundamente que provocaram, segundo penso, o atraso na homologação ainda não efectuada.

O MOCHO - Dra. Fernanda, na Matemática qual é a situação?

F.A. - No Departamento de Matemática tentou-se modificar os hábitos de investigação e envolver o maior número de pessoas dentro de vários interesses, de várias linhas de investigação. Mobilizar os docentes mais novos e os alunos dos últimos anos de forma a que a investigação na Matemática sofresse um incremento. Dentro desta ordem de ideias fez-se uma proposta de acordo com aquilo que os elementos do Departamento, não só os docentes como também os discentes, pensavam que seria o melhor processo de fazer investigação na Matemática e no país, neste momento. Não seria só a investigação dentro das linhas seguidas até aqui, mas uma investigação adequada ao nível do Departamento e voltada para o exterior. Fez-se uma proposta que não foi aceite imediatamente pelo INIC e que neste momento ainda não está homologada. Já sofreu várias remodelações dentro do Departamento porque nos apercebemos de que havia dificuldades e de que havia pontos que não estavam bem lançados na proposta, que não tinham sido suficientemente pormenorizados e objectivados.

O MOCHO - Já agora, completava sabendo o que é que se passa em relação ao domínio das Ciências Naturais e em particular da Zoologia.

A.D. - Acontece que tanto a Zoologia como a Botânica estão divididas em duas linhas de trabalho: taxonomistas e ecologistas, por um lado, e fisiologistas e biólogos celulares, por outro. Por esse motivo, propusemos dois centros: o de Agro-Ecologia (englobando os investigadores da primeira linha de trabalho, associados a alguns engenheiros-agrónomos e agrários de repartições agrícolas da zona centro) e o da Biologia Celular (com os investigadores do segundo ramo e elementos da Fac. Medicina). Nenhum destes Centros foi ainda aprovado. Ao Centro de Biologia Celular foram pedidos elementos sobre as linhas de acção para 1977, salvo erro; o Centro de Agro-Ecologia foi informado dos pareceres emitidos por dois árbitros, creio que podemos chamá-los assim, que não incidiam sobre questões de fundo e a que respondemos. Daí em diante temos esperado.

O MOCHO - Antes do 25 de Abril existia o IAC, agora existe o INIC. De então para cá houve uma série de convulsões no país que se reflectiram na Faculdade. Uma pergunta muito concreta que gostava de fazer era: houve ou não uma efectiva

quebra de produção na investigação científica aqui na F.C.T., e se houve a que foi devida?

S.F. - Os próprios termos em que a questão foi formulada têm já implícita a resposta: houve realmente uma quebra. As pessoas estiveram preocupadas com outros assuntos e viram inclusivamente a sua actividade normal, que exige tranquilidade, reflexão e paz de espírito, seriamente perturbada pelas intromissões e convulsões não só internas como externas.

A.D. - Houve evidentemente uma quebra, e já foi dito porquê. Para nós foi particularmente sentida a falta de resposta do INIC à nossa iniciativa de criar os novos Centros. Queríamos trabalhar com um espírito novo, estabelecer uma cooperação entre departamentos e serviços, desenvolver linhas de trabalho que já estavam a funcionar e iniciar outras linhas de trabalho. Entretanto já se passou ano e meio e não vimos maneira de arrancar com os projectos nem temos grandes possibilidades de os pôr em prática com os nossos recursos actuais.

O MOCHO - A culpa não será também em parte do MEIC?

A.D. - Ah, sim! Definitivamente!

G.P. - Quando nós falamos de quebra na actividade científica, das duas uma: ou é no volume da investigação científica ou na qualidade. A menos que seja em ambas! Isso joga com as pessoas que fazem investigação científica. Tal como a estamos a tomar, é feita na Faculdade de Ciências a través dos projectos de investigação, depende muito do tempo que as pessoas destinam a essa investigação; e, claro, nós sabemos que depois de 25 de Abril de 1974 muitas das pessoas que trabalham na Faculdade foram solicitadas pela gestão democrática a dispendir muitas das suas horas e muito do seu trabalho nessa gestão. Sem dúvida que houve da parte dessas pessoas uma quebra na quantidade da investigação feita. Como vai agora haver com outras pessoas. Quanto à qualidade de temos de verificar que houve uma fase de repensar algumas linhas que estavam em actividade; algumas cessaram, houve o lançamento de algumas linhas novas, e portanto esta transição sem dúvida nenhuma que se faz com o cessar de certos trabalhos, de linhas ou projectos e o começar das novas linhas. Esta fase de transição levou a uma certa quebra. Suponho que a quebra deve ser centrada fundamentalmente nestes pontos. Mas também há quem pareça que tenha produzido mais do que era normal!

F.A. - Eu penso que houve uma certa quebra, tal vez motivada pelo facto das pessoas estarem mobilizadas em vários assuntos. Por outro lado, isso permitiu clarificar posições relativamente ao que se pensa sobre investigação, uma participação da gente mais nova em várias linhas. Julgo que há uma maior mobilização neste momento, no Departamento de Matemática, relativamente à investigação e portanto essa quebra foi positiva - não se aumentaram as publicações mas desper-

(continua pág. 23)

O QUE É A VIDA ?

PODER-SE-Á DEFINIR A VIDA?



Consideremos uma rã e uma pedra. Qualquer pessoa facilmente dirá que a primeira é um ser vivo e a segunda um ser inanimado. Uma vez que ambos são formados por matéria, a diferença entre eles deve consistir na maneira como esta está organizada.

Desde há muito que artistas, filósofos e sábios se têm ocupado do tema que mais interesse tem para o mundo: a vida. Todos eles têm expressado as suas opiniões, pensamentos e especulações sobre a vida, mas têm sido os cientistas, biólogos, que têm tentado definir objectivamente a vida, limitando-se contudo a observar, descrever, analisar e explicar os seres vivos e as suas manifestações vitais. Mas de que maneira se poderá definir a vida? Dir-se-á que a vida se caracteriza pelo movimento? Não, uma máquina também se move. Pela forma? Não, os cristais também têm forma. Pela capacidade de reprodução? Não, as estrelas também se podem reproduzir. Pela capacidade de nutrição? Também não, os cristais em solução saturada da mesma substância também se nutrem. Pela capacidade de se manterem graças à assimilação de substâncias importadas do exterior? Talvez, talvez seja esta característica funcional — metabolismo — que permite mais correctamente distinguir um ser vivo (rã) de um ser inanimado (pedra).

A partir destes dados poderemos tentar formular uma definição de vida empregando como critério a exclusão das características que encontramos nos seres considerados "vivos" das características dos seres que consideramos de "não-vivos". Assim, poderemos dizer que um ser vivo será uma entidade separada, com uma estatura, utilizando a química do carbono para efectuar um certo número de funções: auto-conservação, auto-reprodução e auto-regulação. No entanto, todas estas proposições são falíveis como veremos ao analisar cada um dos atributos dos seres vivos:

- *Entidade separada*, provém do facto de todo o ser vivo estar separado do resto do Universo, a fim de permitir realizar as suas funções; no entanto, a separação do indivíduo do meio externo não é absoluta, visto haver trocas constantes do meio interno com o externo,

GRAÇA SIMÕES DE CARVALHO

como por exemplo, a respiração.

- *Estatura*. Considera-se a célula como unidade vital, constituindo o elemento fundamental da vida. Mas, também neste aspecto não há grande precisão visto haver a possibilidade de manter células vivas durante algum tempo, mesmo após amputação de alguns organitos, por exemplo, o núcleo.

- *Química do Carbono*. A presença de carbono é fundamental, pois devido à sua valência (IV) e baixo peso atómico (12) pode facilmente combinar-se dando óxidos e hidróxidos, e formando compostos orgânicos: Prótidos, lípidos, glúcidos e ácidos nucleicos. Pensava-se que só a matéria viva tinha possibilidade de sintetizar estes compostos orgânicos, mas Wöler provou que artificialmente se poderiam também obter aquelas substâncias, tendo conseguido já em 1805 sintetizar a ureia.

- *Auto-conservação*. Manifesta-se pela capacidade que têm os seres vivos de manter a sua entropia ao mais baixo nível. A entropia relaciona-se com a desordem verificada num sistema isolado e no caso de organismos refere-se à energia não utilizável pela célula e que será perdida sob a forma de calor. A 2.ª lei da termodinâmica diz que a entropia dum universo isolado de reacções tende a aumentar até ao máximo, onde o equilíbrio é atingido e a reacção pára. Deste modo os fenómenos espontâneos são os que provocam um aumento de desordem (aumento de entropia) no Universo. Ora, os organismos vivos têm necessidade de manter a entropia ao mais baixo nível (máxima ordem possível) e esta luta contra o aumento de entropia, faz-se à custada energia que o organismo captado do meio externo e armazena. Quando o ser vivo deixa de ser capaz de captar e armazenar energia, a entropia sobe ao máximo e o indivíduo morre. Mas, verificamos que o termo autoconservação não é completamente correcto visto que o indivíduo se serve do meio externo para se "auto"conservar.

- *Auto-reprodução*. Os organismos podem copiar-se a si próprios e sintetizar um indivíduo semelhante graças à replicação do DNA e divisão celular. Mas, mais uma vez este processo não é específico dos seres vivos, pois que um cristal mergulhado numa solução saturada da mesma substância comporta-se como uma semente e dá origem a muitos mais cristais. De certo modo, o cristal de origem reproduziu-se.

- *Autoregulação*. Permite aos seres vivos manterem o seu equilíbrio perante modificações quer do meio interno - substituindo qualquer elemento celular deficiente - quer do meio externo - adaptando-se o melhor possível ao seu meio ambiente.

Deixemos de andar à procura de definição para a vida e voltemos aos seres vivos. A vida não é uma "coisa" que exista livremente no espaço ou na matéria; a vida está nos organismos e no caso mais simples, nos organismos unicelulares. Podemos reconhecer que estes seres simples exibem as suas manifestações vitais: metabolismo, respiração e reprodução desde o crescimento, passando pelo envelhecimento, até à morte.

Há, no entanto, determinados seres que parecem ser a fronteira entre os seres vivos e inanimados: os vírus.

A "VIDA" (?) DOS VÍRUS

Os vírus conhecidos são constituídos por RNA e proteína ou DNA e proteína, e apenas se desenvolvem em presença de outras células.

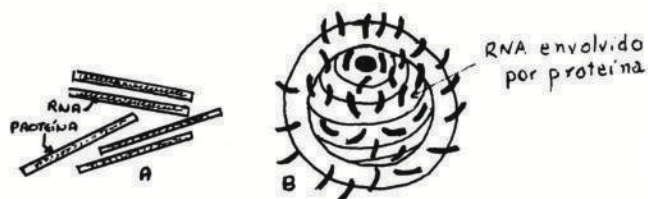


Fig. 1 - Dois vírus; vírus mosaico do tabaco (A) e vírus gripal (B).

A necessidade da existência de células no meio de cultura para que os vírus se desenvolvam é devido ao facto de estes precisarem de "pedir emprestado" o metabolismo das células hospedeiras para que elas "trabalhem" os factores genéticos transmitidos pelo vírus a fim de estes se reproduzirem. Foi por este motivo que Bogen comparou os vírus aos piratas: os piratas (vírus) abordam um barco mercante (célula hospedeira), põem todo o serviço do barco (metabolismo) sob as suas ordens e fazem-nos trabalhar para eles. Falemos agora numa linguagem mais científica. As células vivas estão sempre a crescer e a multiplicar-se, o que implica que estejam constantemente a sintetizar moléculas proteicas cujo modelo ou código destas está contido nas moléculas de DNA e RNA da célula. Suponhamos que o vírus encontra uma célula (Fig. 2-B) e injecta o seu DNA ou RNA (Fig. 2-B-2) responsável pela síntese de 3 ou mais (pouco mais) proteínas. Esta célula hospedeira que estava acostumada a sintetizar centenas de proteínas passa agora a dispor de informações em código para sintetizar proteínas diferentes das que estava habituada. Algumas destas proteínas são enzimas que possibilitam a síntese de DNA ou RNA a partir do injectado. Quando há suficiente quantidade de proteína e DNA (ou RNA) viral no interior da célula hospedeira começam a estruturar-se novas partículas completas de vírus (Fig. 2-B-3). Quase todo o material da célula hospedeira foi utilizado na estrutura do vírus e o que resta será digerido por enzimas líticas (dissolventes) e os vírus serão libertados (Fig. 2-B-4). Deu-se pois a reprodução do vírus.

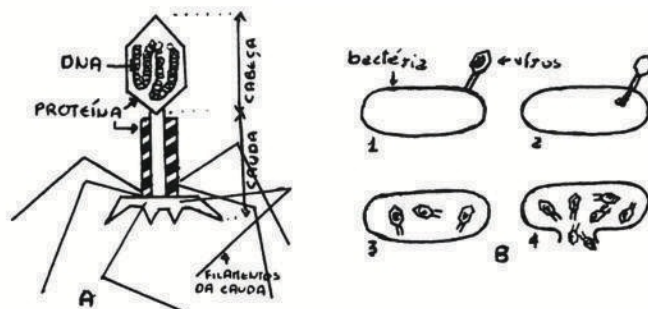


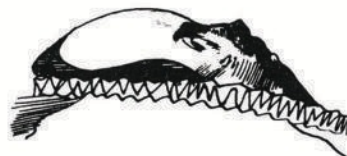
Fig. 2 - A: Esquema dum bacteriófago, vírus que destrói bactérias. (B): Ciclo biológico de um bacteriófago, desde o seu acoplamento (1), passando pela injeção do DNA (2) e estruturação de novos vírus (3) até à libertação destes (4).

No entanto, alguns vírus que se introduzem nas células não se multiplicam nem a destroem, em vez disso, multiplicam-se com ela. Pode dar-se mesmo o caso do DNA do vírus da bactéria (bacteriófago) integrar-se no DNA da própria bactéria. Recentemente verificou-se que o DNA de alguns vírus podem integrar-se em células de mamíferos e provavelmente darão origem a tumores malignos.

Como vimos, os vírus quando atacam as células, têm capacidade de reprodução, mas fora das células serão "substâncias" insignificantes e ineficazes. E, voltamos novamente à mesma questão: serão os vírus seres vivos? E mais uma vez a resposta é uma questão de definição. Se se toma o metabolismo como critério de vida, os vírus serão seres inanimados, mas, se pelo contrário tomarmos a reprodução como única característica de vida, então, os vírus serão seres vivos. ■

REFERÊNCIAS

- Gillie, O., "A célula viva", editora verbo, 1972.
- Bogen, H.I., "El Libro de la Biología Moderna", ediciones Omega, S.A., Barcelona, 1969.
- Waterson, A.P. - "Origem e Evolução dos Vírus", Rassegna Medica, XLI, nº2-3, 1964.
- algumas notas da cadeira "Evolução" dada pela Doutora Manuela Gama.
- algumas notas da cadeira "Bioquímica" dada pelo Doutor Vitor Madeira.



Sebastião e Silva - Vida e Obra

7

ANA MARIA COSTA & MARIA EMILIA LEITÃO

JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA, na opinião dos especialistas nacionais e estrangeiros do domínio a que dedicou toda a sua vida, foi um dos maiores génios matemáticos da actualidade e um dos mais esclarecidos pedagogos portugueses de todos os tempos.

Filho de um dedicado democrata e de uma professora primária, nasceu em Mértola em 12 de Dezembro de 1914. Aí fez os seus estudos da instrução primária, indo depois para Beja onde concluiu brilhantemente o 5º ano dos liceus. Já aqui se destacou como uma inteligência profunda, que o colocou num lugar cimeiro, motivo de admiração dos professores e dos seus colegas; para estes, sempre de um companheirismo exemplar, ajudando-os desinteressadamente com todo o seu conhecimento, nas dificuldades que se lhes deparavam. Dos 11 aos 16 anos, era frequente ver o "Sebastião e Silva de Mértola" - como era vulgarmente conhecido - dar explicações de matemática e outras disciplinas, nos bancos dos jardins da cidade, ou nas mesas do café "Luís da Rocha", porque como estudante distinto e excepcional queria partilhar, numa modéstia impressionante, o seu saber com os camaradas com quem mais de perto convivia.

Terminou o curso liceal com a classificação de 19 valores, em Évora, onde marcou também uma posição de grande relevo.

Frequentou a Universidade de Lisboa, tendo-se licenciado em Ciências Matemáticas em 1937, aos 23 anos, com a média de 18 valores.

Foi bolseiro do I.A.C., em Portugal, sendo depois nomeado para uma comissão de estudos, em Roma, onde trabalhou durante 4 anos (de 1942 a 1946), como bolseiro no "Instituto de Alta Matemática".

Neste período da sua vida podemos salientar como obras importantes de investigação:

- "Sobre a Resolução Numérica de Equações Algébricas", 1940
- "Sur une Méthode d'approximation semblable à celle de Gräffe", 1941
- "Sugli Automorfismi di un Sistema Matematico Qualunque", 1945

Doutorou-se em 1949, na Faculdade de Ciências de Lisboa, onde leccionava, apresentando como tese "Funcionais Analíticos e Análise Funcional". Esta sua obra foi o ponto de partida para a forma moderna da Teoria dos Funcionais Analíticos.

Em 1951 concorreu a professor catedrático do Instituto Superior de Agronomia, com o trabalho "Integração e Derivação em Espaços de BANACH".

Mais tarde, foi nomeado por convite professor catedrático da Faculdade de Ciências de Lisboa.

Foi nessa Faculdade, onde leccionou até aos seus últimos anos de vida, que este célebre

matemático realizou um notável trabalho como Mestre e Pedagogo.

As suas aulas decorriam num ambiente de seriedade, onde reinava não só um profundo conhecimento científico, mas também o seu carácter humano, que lhe permitia compreender e aceitar os anseios da juventude. O professor Sebastião e Silva conseguia induzir nos seus alunos não só o conhecimento da matéria, mas sobretudo o gosto e o sentido vivo da ciência matemática.

Comprovam-no sobejamente os depoimentos colhidos junto de personalidades da mais diversa origem, que reproduziremos:

"Fui aluna do prof. Sebastião e Silva, nos anos de 1950 a 1952, na Faculdade de Ciências de Lisboa.

Aprendi muito com ele, não só nas cadeiras de geometria descritiva e complementos de álgebra, que então leccionava e de que eu era aluna, mas aprendi o que se aprende com um grande professor e com uma pessoa de qualidades de trato invulgares. Na verdade, da minha experiência de aluna, parece-me poder afirmar que com um bom professor se aprende, para lá da matéria que lecciona, o sentido e o gosto da ciência. Foi isso que me aconteceu então. Mais ainda: com uma pessoa que tem as qualidades de trato - serenidade, clareza, profundidade, dedicação séria e simples pelos alunos - foi-me possível apreciar no prof. Sebastião e Silva que para lá do ensino e seja qual for a idade dos alunos, o professor pode-os ensinar a serem mais pessoas, a conquistarem a sua própria personalidade e a vivê-la profundamente em todos os sectores da vida e no interesse sempre novo de fazer crescer os outros".

Maria Amélia Krus Abecassis

- licenciada em Ciências Matemáticas -

"Fui aluna do prof. Sebastião e Silva em análise superior; a minha recordação tem mais de gratidão e de clima psicológico que propriamente de factos concretos a apontar. Nesse tempo, ele dava já muito poucas aulas (não sei se a saúde ou outros trabalhos o faziam delegar no seu assistente questões de curso e de exames). Mas lembro-me que, de vez em quando, era ele e não o seu assistente que entrava no pequeno anfiteatro do 1º andar da velha Faculdade de Ciências, contíguo às salas de desenho. Então, era um momento de solene simplicidade; é raro, infelizmente, respirar-se numa aula da Universidade, ao mesmo tempo, sobriedade, seriedade e clareza, trabalhada em ordem a uma serena eficiência.

No seu fato azul-escuro, com uma leve risca clara, com o seu cabelo liso e branco e um olhar que passava muito além da relação doutoral professor-aluno para ser presença de Homem-feito a Homens-a-começar, situava-nos na globalidade dos problemas do antes liceu, reforma

de ensino) e falava-nos frequentemente do depois.

Tenho pena de não ter comigo os apontamentos do seu curso, porque anotava sempre as frases marginais, coloridas e significativas, que acompanhavam, como discurso espontâneo e lateral, as exposições".

Maria Teresa Vergani de Andrade licenciada em Ciências Matemáticas pela Faculdade de Ciências de Lisboa, estagiária do C.B.P.M. da Universidade Livre de Bruxelas, no ano de 1973/74, e prepara o seu doutoramento em Universidade Inglesa.

O prof. Sebastião e Silva foi, durante mais de 20 anos, director do Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa, onde formou muitos investigadores e docentes universitários.

Foi membro da Comissão Portuguesa da União Matemática Internacional e do Comité Executivo do Groupement des Mathématiciens d'Expression Latine e ainda consultor do Laboratório de Física e Engenharia Nucleares.

Participou em inúmeros congressos e reuniões científicas internacionais e dirigiu, em 1964, um Simpósio Internacional sobre a "TEORIA DAS DISTRIBUIÇÕES", cujos trabalhos decorreram em Lisboa.

Realizou também cursos e conferências nas Universidades de Roma, Barcelona, Oxford, Heidelberg, e Maryland, tendo recebido numerosos convites de Universidades e Instituições Científicas estrangeiras.

Solicitado insistentemente a radicar-se noutras latitudes, onde lhe teria sido fácil desenvolver e aplicar o seu talento de investigador, profundamente voltado para o estudo das Matemáticas, o prof. Sebastião e Silva ainda tentou lutar contra o marasmo das nossas instituições e a falta de um autêntico espírito dinamizador da actividade científica em Portugal.

Como testemunho da actividade científica do prof. Sebastião e Silva apresentamos o depoimento do prof. doutor João Paulo Carvalho Dias, doutorado em Paris em 1971 e investigador do Instituto de Física e Matemática, de Lisboa:

"Recordo no prof. Sebastião e Silva uma pessoa de cultura geral vastíssima, rico em qualidades humanas, essencialmente afável, pedagogicamente fora de série, estendendo-se a sua capacidade tanto a nível superior, médio como primário.

No aspecto pessoal poderei dizer que impulsionou os meus estudos em França, tal como a outros investigadores que com ele trabalhavam. Portanto, contrariamente ao que era hábito, não tentava que os jovens se sujeitassem aos limites da investigação em Portugal, nem os monopolizava dentro da sua órbita de conhecimentos, mas incutia neles o desejo de irem cultivar-se no estrangeiro.

Posso afirmar também que o prof. Sebastião e Silva não se deixou enfeudar pelo regime anterior, tendo mesmo rejeitado o cargo de reitor, o que lhe criou certas inimizades dentro da própria Faculdade.

No domínio da investigação, foi incansável, tendo realizado trabalhos matemáticos até

aos últimos dias de vida, apesar do estado físico débil em que se encontrava.

Enfim, resumindo, eu pessoalmente considero-o: o matemático mais célebre da península Ibérica no capítulo da investigação".

É de salientar que os estudos do prof. Sebastião e Silva têm dado origem a novas investigações, em muitos países, nomeadamente a Alemanha, União Soviética, Bélgica, Roménia, Japão, Estados Unidos da América, França, Inglaterra, Itália, Brasil e Argentina.

Tais estudos versam em especial os seguintes ramos de Análise Funcional:

- Teoria dos Funcionais Analíticos
- Teoria dos Espaços Localmente Convexos
- Teoria das Distribuições
- Cálculo Simbólico

O conteúdo de vários desses trabalhos encontra-se descrito não só em Tratados, mas ainda em Enciclopédias, a saber "MATHEMATIKES WORTERBUCH" e na publicação "PROGRESS IN MATHEMATICS" da Academia das Ciências da U.R.S.S.

Um dos seus trabalhos de maior projecção internacional, editado em italiano, introduz uma categoria de "Espaços Localmente Convexos", conhecidos hoje por "Espaços de Silva".

Entre as suas obras de grande valor científico, destacamos também:

- 19 - "Les Fonctions Analytiques comme Ultradistributions dans le Calcul Opérationnel"; "Les séries de Multipôles des Physiciens et la Théorie des Ultradistributions", onde apresentou uma generalização da teoria das distribuições com aplicações às Equações Diferenciais Parciais e à Física;
- 29 - "Sur le calcul Symbolique d'Opérateurs permutables à Spectre vide ou non borné", em que aplicou resultados anteriores ao desenvolvimento do cálculo simbólico;
- 39 - "Le Calcul Différentiel et intégral dans les Espaces Localement Convexes" e "Conceitos da Função Diferencial em Espaços Convexos", com as quais abriu uma nova linha de investigação de inevitáveis repurcussões no estrangeiro, obtendo o prémio Artur Malheiros, em 1956.

O prof. Sebastião e Silva foi também autor de numerosas resenhas críticas nas revistas "Mathematical Reviews" e "Zentralblatt für Mathematik", bem como noutras publicações científicas.

Sobre a Teoria das Distribuições, obra em parte destinada a esclarecer e a tornar mais acessíveis a físicos e a engenheiros muitos aspectos dessa Teoria e das suas aplicações, tinha em preparação um tratado que já não pôde terminar.

Nas últimas semanas da sua vida, já no Instituto de Oncologia, em plena pujança das suas portentosas faculdades mentais, e conhecedor da gravíssima enfermidade que o atacara, mas consciente do vazio que iria deixar no seu lar - esposa e três filhos menores - aproveitava todos os momentos em que a dor o poupava para se dedicar com entusiasmo à redacção de uma memória para a Academia Nazionale dei Lincei de Roma

(continua pág. 19)

Todos conhecem com certeza o chamado paradoxo de Aquiles e da tartaruga (pela primeira vez enunciado pelo filósofo grego da antiguidade Zenão de Eleia) e que diz o seguinte:



"Aquiles corre para apanhar uma tartaruga que se afasta dele; mas quando chega ao lugar donde parte a tartaruga, já esta lá não está. A distância que os separa é agora mais pequena; mas enquanto Aquiles a percorre, também a tartaruga se desloca; e assim sucessivamente, ao infinito. Logo Aquiles, embora caminhando mais depressa, nunca pode atingir a tartaruga, ao contrário do que parece acontecer".

Ou um dos muitos paradoxos que querem demonstrar que $1 = 2$, como este:

$$\begin{aligned} a &= b \\ a^2 &= ab \\ a^2 - b^2 &= ab - b^2 \\ (a + b)(a - b) &= b(a - b) \\ a + b &= b \end{aligned}$$

e pondo $a = b = 1$, vem $1 = 2$.

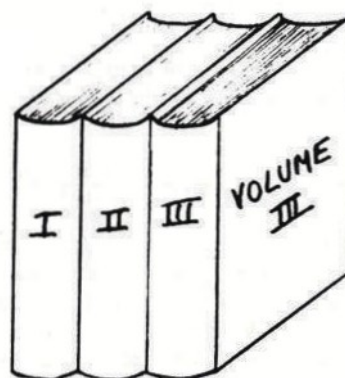
Ou ainda o de Epiménides o Cretense, que afirmou "Todos os Cretenses são mentirosos", que, portanto, o incluía a ele e, a ser assim, também ele mentia; deste modo, o que dizia não era verdade, isto é, fazia uma afirmação verdadeira e contradizia-se porque se dizia também mentiroso.

Todas estas conclusões são verdadeiramente surpreendentes e podem até provocar o pânico entre os menos críticos. Todas elas são usualmente englobadas sob a denominação de paradoxos e entendidas como raciocínios plausíveis que levam a conclusões absurdas, que às vezes até são verdadeiras. Na realidade há que distinguir entre três tipos de paradoxos.

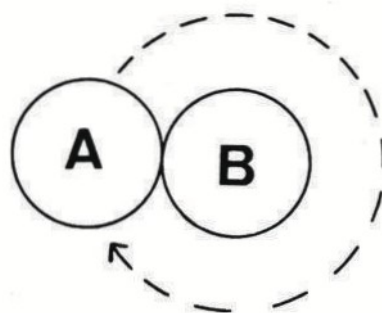
Há primeiro os paradoxos propriamente ditos ou paradoxos verídicos, isto é, argumentos

JAIME M. C. SILVA

perfeitamente correctos, partindo de bases perfeitamente correctas e que chegam a resultados correctos embora surpreendentes e por vezes increditáveis. Está neste caso o apresentado na obra "Os piratas de Penzance", em que Frederico, o protagonista, tem 21 anos mas apenas teve 5 aniversários visto haver nascido no dia 29 de Fevereiro. Ou ainda o caso de uma traça dos livros que, para ir da capa da frente do 1º volume de uma obra até à capa de trás do 3º volume, em que cada volume tem 3 cm de espessura, apenas tem de percorrer 3 cm.

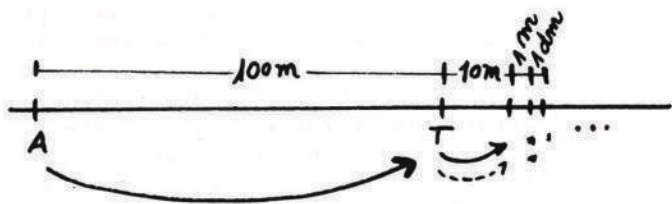


Ou ainda o que diz que dados dois discos iguais, A e B, quando A roda em torno de B, dá, em torno do seu centro, não uma mas duas rotações.



A seguir, temos de considerar os paradoxos que utilizam argumentos falaciosos para provar afirmações absurdas e evidentemente falsas. Estão neste caso os dois primeiros paradoxos apresentados. A falácia do segundo reside no facto de dividirmos por $a - b$, que para $a = b = 1$ é zero. No caso de Aquiles e da tartaruga, a falácia, embora mais subtil, não deixa de ser evidente. Ao dizer "...e assim sucessivamente ao infinito.", Zenão está a subentender que a soma das distâncias finitas entre Aquiles e a Tartaruga é infinita, o que nem sempre é verdadeiro. Senão, vejamos: Supunhamos que inicialmente Aquiles tinha um atraso de 100 metros em relação à tartaruga, que Aquiles corria a uma velocidade de 10 metros por segundo e a tartaruga a uma velocidade de um metro por segundo.

Sendo assim, ao fim de 10 segundos, Aquiles encontra-se no sítio onde a tartaruga tinha começado; entretanto, a tartaruga tinha percorrido 10 metros; ao fim de mais um segundo, Aquiles encontrava-se no lugar onde a tartaruga tinha estado e assim sucessivamente.



Portanto, o tempo que Aquiles tem de gastar para alcançar a tartaruga é

$$(1) \quad 10 + 1 + 1/10 + 1/100 + 1/1000 + \dots$$

segundos. Sabendo que a soma dos n primeiros termos desta progressão geométrica é

$$S_n = 10 \cdot \frac{1 + (1/10)^n}{1 - 1/10} = \frac{10}{9/10} - \frac{(1/10)^n}{9/10}$$

e, quando $n \rightarrow \infty$, $(1/10)^n \rightarrow 0$, vem que a soma dos infinitos termos de (1) é igual a $100/9$ s, ou seja, 11 segundos e $1/9$ s, isto é, uma quantidade finita. (Os cálculos teriam sido mais simples se tivéssemos logo de início considerado a soma dos termos de uma série geométrica de razão $1/10$, com módulo inferior a 1).

Outros paradoxos deste género são os que apresentamos a seguir, e cuja resolução deixamos à argúcia dos leitores:

1) Seja $a \neq b$. Seja $c = (a+b)/2$. Então,

$$\begin{aligned} a+b &= 2c \\ a^2-b^2 &= 2c(a-b) \\ a^2-2ac+c^2 &= b^2-2bc+c^2 \\ (a-c)^2 &= (b-c)^2 \\ a-c &= b-c \\ a &= b. \end{aligned}$$

2) Temos $3 > 2$. Então

$$\begin{aligned} 3 \cdot \log(1/2) &> 2 \cdot \log(1/2) \\ \log(1/2)^3 &> \log(1/2)^2 \\ (1/2)^3 &> (1/2)^2 \\ 1/8 &> 1/4. \end{aligned}$$

3) As equações

$$x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad y = \frac{2t}{1+t^2}$$

são as equações paramétricas duma circunferência unitária com centro na origem (para verificar esta afirmação basta ver que $x^2+y^2=1$).

Consideremos a intersecção do eixo dos x com a circunferência, isto é, a intersecção com a recta $y=0$. A 2. equação reduz-se a $t=0$; e substituindo na primeira, vem $x=1$. Quer dizer, esta circunferência apenas intersecta o eixo dos x no ponto $(1,0)$.

Ora, por uma mudança conveniente de unidades e de eixos, qualquer circunferência se pode tornar numa circunferência unitária e qualquer diâmetro se pode sobrepôr ao eixo dos x . Logo, QUALQUER DIÂMETRO INTERSECTA UMA CIRCUNFERÊNCIA APENAS NUM PONTO!

**

Por último consideraremos os paradoxos que mais importância têm na Matemática: as antinomias. Tais paradoxos, partindo de princípios considerados correctos, utilizando argumentos considerados correctos, chegam a contradições com os princípios aceites. Tais paradoxos levam inevitavelmente a uma revisão da teoria em causa, ou a uma revisão da sua terminologia, sob pena de auto-destruição.

Está neste caso o paradoxo de Epiménides, ou o do barbeiro duma certa aldeia que afirma que barbeia todas as pessoas que se não barbeiam a si mesmas (e então como é que o barbeiro faz a barba?), ou ainda o que diz respeito a Protágoras (sofista do séc. V A.C.). Diz-se que Protágoras combinou com um seu aluno que este lhe pagaria o curso quando ganhasse o seu primeiro caso. Já há muito tempo que o aluno tinha completado o seu curso mas não tinha nenhum cliente; furioso, Protágoras resolveu processar o seu antigo aluno para exigir que lhe pagasse o que lhe devia.

— Não ganhas nada com isso, disse-lhe o seu pupilo, porque das duas uma: ou ganho o caso, e de acordo com a decisão do tribunal nada tenho a pagar, ou ganhas tu, e, de acordo com o nosso compromisso nada te pagarei por enquanto.

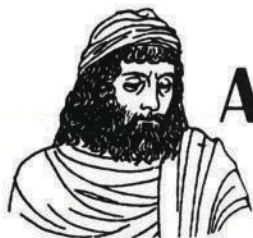
— Nada disso, replicou Protágoras; se eu ganhar o caso, segundo a decisão do tribunal, deves pagar-me; se ganhares tu, deves pagar-me de acordo com o nosso compromisso.

Todas estas antinomias têm uma característica comum: referem-se todas a propriedades de *todos* os membros de uma certa classe, fazendo dessa propriedade parte da própria classe.

No caso de Epiménides, estamos em presença do conjunto de todas as afirmações feitas pelos Cretenses, de que faz parte a afirmação de Epiménides. No caso do barbeiro, é o conjunto de todos os habitantes da aldeia que se barbeiam a si próprios ou não, e o barbeiro, como ou faz a barba a si próprio ou não o faz, pertence ao conjunto. No último caso, o conjunto é o de todos os casos em que o aluno toma parte.

Uma antinomia de outro tipo, que joga com a noção de classe, é a antinomia de Russel. Diz ela que há conjuntos que são elementos de si próprios e outros que não. Por exemplo, o conjunto dos conjuntos que contêm mais de três elementos contém evidentemente mais de três elementos. O conjunto das toupeiras existentes à superfície da Terra não é uma toupeira. Agora, que dizer do conjunto A de todos os conjuntos que

(continua pág. 18)



AS GEOMETRIAS NÃO-EUCLIDEANAS

(resumo de uma polémica histórica)

JOÃO FILIPE QUEIRÓ

1. EUCLIDES E OS ELEMENTOS

Todos nós já ouvimos dizer que em certas civilizações da Antiguidade se atingiu um razoável desenvolvimento científico, a maior parte das vezes imposto por necessidades de ordem material. A geometria, designadamente, foi uma disciplina que progrediu bastante, sobretudo no Egipto e na Grécia. Um exemplo clássico é o das cheias do Nilo, que destruíam as marcas divisórias dos terrenos ribeirinhos; essas marcas eram reconstruídas logo após a descida das águas por especialistas que utilizavam sem dúvida métodos geométricos avançados (medição de ângulos, medição de áreas, etc.). Outro exemplo é o de um arquitecto grego que fez construir, numa ilha do Mar Egeu, um túnel através de uma colina, começando as escavações simultaneamente dos dois lados. Se se disser que o túnel tem mais de mil metros de comprimento e que os trabalhadores se foram encontrar a meio de tal maneira que as duas porções do túnel ficaram precisamente no prolongamento uma da outra, já se pode fazer uma ideia dos conhecimentos geométricos que o tal arquitecto tinha de possuir.

No século III A.C., EUCLIDES DE ALEXANDRIA empreendeu a tarefa de compilar e sistematizar num todo racional os conhecimentos geométricos existentes na altura. Desse trabalho nasceram os *Elementos de Geometria*, sem dúvida o tratado de Matemática mais importante de todos os tempos, se atendermos a que, durante mais de dois mil anos, praticamente não houve outro livro de referência para quem estudasse a geometria.

Os *Elementos* constam de treze livros e são tão organizados com um formidável rigor lógico. No início do Livro I dão-se as definições dos objectos ou entidades geométricas com que se vai trabalhar. Estas definições apresentam um carácter bastante intuitivo, como se vê pelos seguintes exemplos: "Ponto é o que não tem partes", "Linha é o que tem comprimento mas não tem largura", etc.. A última das definições apresentadas é a de rectas paralelas: "Linhas rectas paralelas são linhas rectas que, existindo no mesmo plano e sendo prolongadas para ambos os lados, nunca se encontram".

A seguir às definições vêm os chamados axiomas, que não dizem respeito especificamente à geometria, antes explicitam verdades gerais abstractas (ou juízos analíticos *a priori*, como diz POINCARÉ). São proposições do tipo "Duas coisas iguais a uma terceira são iguais entre si" ou "O todo é maior que a parte". A sua inclusão nos *Elementos* pode ser considerada como um tributo à lógica aristotélica.

Temos, finalmente, os postulados (do latim *postulare* - pedir), que são proposições geométricas que enunciam relações entre os objectos anteriormente definidos. São introduzidos com o objectivo de servirem de ponto de partida

para os teoremas que constituem os *Elementos* propriamente ditos. Pois se um teorema consiste numa premissa (ou *hipótese*) e numa conclusão (ou *tese*), toda a construção científica dedutiva (como a geometria) deve estar apoiada num certo número de princípios ou proposições primitivas não demonstradas e de uma evidência tão grande quanto possível.

EUCLIDES admite cinco postulados, que vale a pena transcrever:

Pede-se que seja possível

- I) Traçar uma linha recta entre dois pontos quaisquer
- II) Prolongar uma linha recta finita (um segmento de recta) tanto quanto necessário
- III) Traçar uma circunferência com qualquer centro e qualquer raio
- IV) Que todos os ângulos rectos sejam iguais
- V) Que, se uma linha recta que encontra (intersecta) outras duas, faz do mesmo lado ângulos internos cuja soma é menor que dois rectos (180°), essas duas linhas rectas, prolongadas tanto quanto necessário, se encontram do lado dos ângulos internos cuja soma é menor que dois rectos (fig. 1)

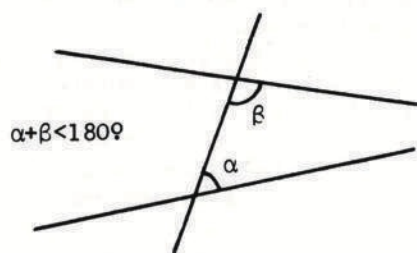


Fig. 1

À primeira vista, pode parecer estranho que EUCLIDES se preocupe com a possibilidade de, por exemplo, traçar uma recta entre dois pontos ou desenhar uma determinada circunferência. Dá vontade de perguntar: então, para que servem as réguas e os compassos?... Quanto a isto, há duas coisas a dizer: primeiro, se essa possibilidade nos parece evidente, ótimo; isso quer dizer que EUCLIDES teve razão em incluí-la nos postulados e em não pretender demonstrá-la de uma maneira qualquer. Depois, e isso ver-se-á melhor mais à frente, devemos desconfiar das "evidências": muitas vezes escondem ratoeiras terríveis.

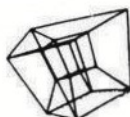
De qualquer maneira, da observação dos cinco postulados de EUCLIDES há uma coisa que ressalta imediatamente: a extensão e a complexidade do quinto em comparação com as dos outros quatro. Não nos vamos pôr aqui a discutir se ele é evidente ou não. O que nos interessa é que, por uma razão ou por outra, muita gente, dos tempos de EUCLIDES até ao século passado, achou que não, que não é evidente. Por exemplo, PROCLUS afirma categoricamente que o que se enuncia no 5º postulado constitui um teorema que é preciso

demonstrar. Mais recentemente, no século XVII, HENRY SAVILLE, professor em Oxford, considera o 5º postulado como "*uma mancha no corpo bellissimo da geometria*". E D'ALEMBERT, no século XVIII, chama-lhe "*o escândalo da geometria*".

EUCLIDES ele próprio, sem todavia duvidar da evidência do seu 5º postulado, deve ter-se apercebido dos problemas que ele poderia vir a levantar, pois que, com uma admirável intuição lógica, retarda o mais possível a sua introdução nas demonstrações dos teoremas do Livro I. Este tem 48 proposições e só na demonstração da 29ª é que o 5º postulado é utilizado pela primeira vez. Quer isto dizer que as primeiras 28 proposições, cujas demonstrações, eventualmente, seriam facilitadas se nelas se usasse também o 5º postulado, são independentes dele: qualquer problema relacionado com o 5º postulado não as afecta, visto que foram demonstradas sem o seu concurso.

Antes de entrarmos no capítulo das tentativas de demonstração do 5º postulado ao longo da História, convém fazer uma observação. Nenhum dos estudiosos e comentadores dos *Elementos* de EUCLIDES duvidou, por um só momento, da veracidade do 5º postulado. O que eles puseram em causa foi a sua evidência pois, não a possuindo, não merecia ter lugar entre os postulados e carecia, portanto, de demonstração (a partir dos outros quatro, claro). Teremos oportunidade de notar à frente a importância do papel que desempenhou o facto de praticamente nenhum dos matemáticos que tentaram demonstrar o 5º postulado duvidar da sua verdade.

É possível que a algum leitor, face ao que vem sendo dito, ocorra a seguinte dúvida: "*Mesmo que se admita que o 5º postulado não é evidente, não me parece que seja necessária uma demonstração: ponham-me na frente um desenho representando duas rectas intersectadas por uma transversal de tal modo que a soma dos ângulos internos feitos do mesmo lado por essa transversal seja inferior a 180º, que eu me encarregarei, com régua, lápis e paciência, de lhes encontrar a intersecção*". Diante de tão grande boa vontade, quase apetece fazer isso. Se a transversal fizer um ângulo de 90º com uma das rectas e um de 89º 30' com a outra (soma inferior a dois rectos, portanto), e se o segmento da transversal compreendido entre as duas medir um metro, a intersecção vai dar-se a mais de cem metros de distância, o que levanta pelo menos o problema de arranjar uma folha de papel desse tamanho, e uma superfície plana para a assentar. Mas não vale a pena. Semelhante objecção não tem razão de ser, porque há uma grande diferença entre uma demonstração e uma verificação caso a caso. O facto de, por exemplo, todos os triângulos que já alguma vez estudámos terem a soma dos ângulos internos igual a 180º não implica, por si só, que isso aconteça com todos os triângulos. É necessário prová-lo, provar que isso é uma propriedade universal dos triângulos.



2. AS TENTATIVAS DE DEMONSTRAÇÃO DO 5º POSTULADO DE EUCLIDES

Observemos antes de mais que, para se tentar demonstrar o 5º postulado, se podem utilizar como premissas os axiomas, os quatro primeiros postulados e as primeiras 28 proposições do Livro I (em cujas demonstrações, como já se disse, ele não intervém). A este conjunto de afirmações e resultados chamaremos, para facilitar (como DAVID GANS), a *base E*. É evidente que não poderemos utilizar nenhum resultado posterior à 28ª proposição, porque estaríamos a cair num círculo vicioso: demonstrávamos o 5º postulado apoiando-nos em certa proposição X, cuja demonstração exige a proposição Y, que por sua vez se prova utilizando o 5º postulado. Não pode ser.

Isto dito, comecemos por referir que o enunciado do 5º postulado é equivalente ao seguinte (muito mais familiar):

Por um ponto exterior a uma recta passa uma e uma só paralela à primeira.

Sugerimos ao leitor que tente provar essa equivalência. Ficará a fazer uma ideia do que é uma demonstração que utiliza os postulados e as proposições já demonstradas (a base E, neste caso). Aliás a implicação directa coincide praticamente com a 31ª proposição.

Referimo-nos a esta equivalência porque ela vem trazer uma nova luz sobre a questão da "evidência" do 5º postulado. De facto, o novo enunciado (conhecido por *postulado das paralelas*) parece bastante mais evidente que o outro, e é de crer que não teria havido tantos problemas se EUCLIDES o tivesse incluído a ele entre os seus postulados em vez do que efectivamente adoptou. Isto foi observado e dito, e houve quem pensasse ter resolvido a questão com a prova da equivalência entre os dois enunciados: "*Como o 5º é complicado, trocamos-lo por este, que diz o mesmo mas é mais simples, e fica o caso arrumado. Já ninguém se queixa*". As coisas não se passaram assim; continuou-se a tentar demonstrar o 5º postulado e veremos mais à frente que EUCLIDES tinha razão em preferir o enunciado que preferiu. Quem ri por último ri melhor e é pena que o grande geômetra grego não pudesse ter assistido ao desfecho da questão.

A primeira tentativa de demonstração de que temos notícia deve-se ao grego POSIDÔNIO (100 A.C.), que define paralela a uma recta como o lugar geométrico dos pontos equidistantes (subentende-se: do mesmo lado) a essa recta. Ora, para provar, antes de mais, que esse lugar geométrico é uma recta, é necessário o 5º postulado. Por outro lado, como observou GEMINO (100 D.C.), há linhas (por exemplo a hipérbole relativamente a uma assíntota) que se aproximam infinitamente de rectas sem jamais as intersectar (e sem serem equidistantes a elas, claro); e a priori nada nos diz que o mesmo não se possa passar com uma recta. Daqui se conclui que as duas definições são bastante diferentes.

A tentativa seguinte (séc. II) é do astrónomo PTOLOMEU, que demonstra o 5º postulado admitindo que se uma proposição é verdadeira para um par de rectas paralelas o é para qualquer

outro par. Esta hipótese é equivalente ao postulado das paralelas, pelo que aqui houve círculo vicioso.

O último comentador grego do texto de EUCLIDES foi o filósofo neo-platonista PROCLLO (412-485) que, depois de criticar as tentativas de PTOLOMEU, apresenta também a sua demonstração do 5º postulado. Em certo passo do seu raciocínio, admite que a distância entre duas determinadas rectas paralelas nunca ultrapassa um valor finito (isto é, que essa distância permanece finita). Para PROCLLO (e seguramente para a maioria de nós) essa suposição era evidente, mas pode provar-se que ela é equivalente ao 5º postulado de EUCLIDES e portanto este raciocínio também está incorrecto.

Acompanhando o florescimento da sua civilização, também os matemáticos árabes se debruçaram sobre a polémica questão. AL-NIRIZI (séc. IX) limita-se a reproduzir ideias já anteriormente defendidas por matemáticos gregos. Mais importante é a contribuição de NAZIR-EDDIN (1201-1274), que demonstra o 5º postulado a partir da suposição de que os segmentos de perpendicular tirados a uma recta pelos pontos de outra recta concorrente com a primeira (mas não perpendicular a ela) aumentam ou diminuem conforme nos afastamos ou nos aproximamos da intersecção das duas rectas (fig. 2).

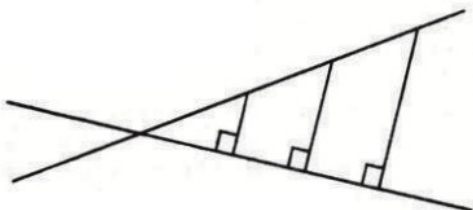


Fig. 2

Infelizmente, esta hipótese pode deduzir-se do 5º postulado.

A seguir, já durante o Renascimento, vêm os italianos. COMMANDINO, CLAVIO, CATALDI, BORELLI, VITALE (sécs. XVI e XVII) apresentam demonstrações nas quais, em geral, retomam os argumentos dos gregos (sobretudo os de POSIDÔNIO).

O inglês J. WALLIS (1616-1703) prova o 5º postulado assumindo a hipótese de que, para qualquer figura geométrica, existe outra semelhante de grandeza arbitrária. Ao contrário da maioria dos que antes dele tentaram a demonstração do postulado, WALLIS estava consciente de que tinha introduzido uma suposição estranha à base E, pelo que procurou justificá-la pela intuição. Mas tal era desnecessário, porque a sua suposição (no caso particular dos triângulos, que é o que ele utiliza) é equivalente ao 5º postulado e portanto, também aqui, a demonstração é falaciosa.

As tentativas de demonstração do 5º postulado vão tomar um caminho totalmente diferente e decisivo com os trabalhos do jesuíta italiano GEROLAMO SACCHERI (1667-1733) que, pela primeira vez (num livro intitulado *Euclides ab omni naevo vindicatus* o que se pode aproximada-

mente traduzir por *Euclides reabilitado*), utiliza o método indirecto ou de tentativa de redução ao absurdo. Por outras palavras, SACCHERI parte da base E e de uma hipótese que contradiz o 5º postulado, e procura chegar a uma conclusão que contradiga a base E ou então a hipótese de que partiu.

SACCHERI considera um quadrilátero ABCD (fig. 3) em que, por construção, os lados AD e

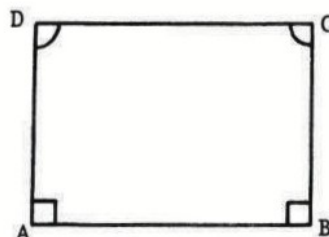


Fig. 3

BC são iguais, e os ângulos em A e B são rectos. Começa por provar que os ângulos em C e D são necessariamente iguais. Depois, faz sobre eles as três hipóteses possíveis: ou são rectos (*hipótese do ângulo recto*), ou são obtusos (*hipótese do ângulo obtuso*), ou são agudos (*hipótese do ângulo agudo*). Antes de as estudar uma por uma, SACCHERI prova que, se uma delas se verifica num caso (isto é, para um quadrilátero particular), verifica-se em todos.

A hipótese do ângulo recto é consequência do 5º postulado, pelo que é deixada de parte. Qualquer das outras duas contradiz esse postulado, e portanto SACCHERI vai tentar obter contradições a partir delas. Da hipótese do ângulo obtuso consegue deduzir a hipótese do ângulo recto, pelo que a rejeita. Conclui-se que, no caso da hipótese do ângulo obtuso, o 5º postulado de EUCLIDES é verdadeiro e está demonstrado. Registe-se que, antes de se chegar à almejada contradição, obtiveram-se resultados intermédios como "A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre maior que 180º", "Um ângulo inscrito numa semicircunferência é sempre obtuso", etc.. Mas não se podia parar aqui, porque estas proposições não contradizem a base E, mas sim teoremas que se provam depois de introduzido o 5º postulado (que é o que se está a tentar demonstrar).

Restava a hipótese do ângulo agudo. SACCHERI, com certeza animado pelo resultado anterior, vai ser traído pela sua fé na verdade do 5º postulado e na possibilidade de o demonstrar. Com efeito, depois de deduzir, sem pestanejar, resultados como "A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre menor que 180º", "Um ângulo inscrito numa semicircunferência é sempre agudo" e, inclusive, a negação explícita do 5º postulado ("Por um ponto exterior a uma recta passa mais do que uma paralela a essa recta"), chega à conclusão de que, se a hipótese do ângulo agudo valesse, existiriam rectas assintóticas (!), ou, dito de outro modo, rectas distintas que no infinito têm um ponto e uma perpendicular comuns. Tal conclusão, segundo ele, é contrária à natureza da linha recta. A incorrecção do argumento reside, para já, em supor que as tais rec-

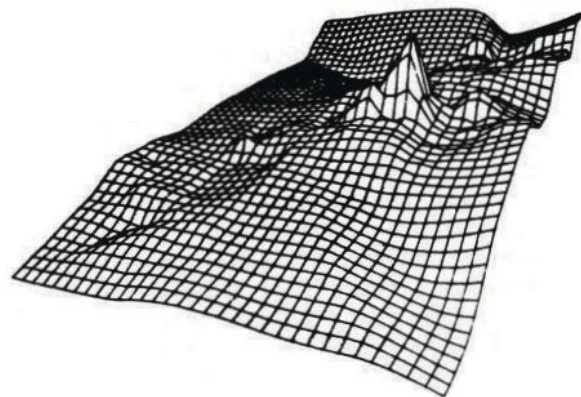
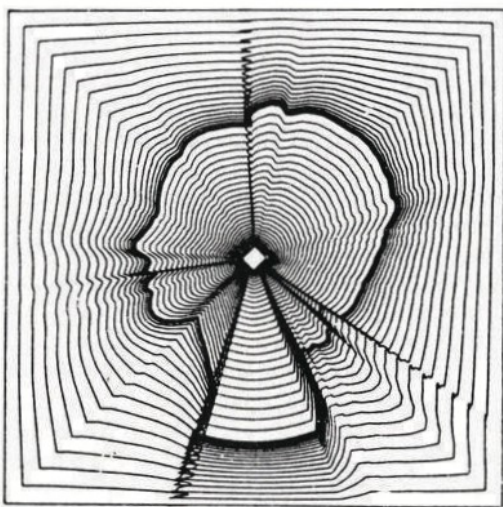
(continua pág. 22)

para que servem os COMPUTADORES

JOÃO GABRIEL SILVA

CIÊNCIA

Este é sem dúvida o campo onde o computador é mais útil, logicamente devido à cada vez maior utilização da matemática em todas as ciências. Porque, repare-se: o computador apenas faz contas, todas as outras operações são compostas destas. Claro, com uma agravante: é que essas contas são feitas a velocidades verdadeiramente diabólicas, e é essa característica, aliada à sua quase ilimitada capacidade de armazenamento de dados, que lhe confere tanta importância.



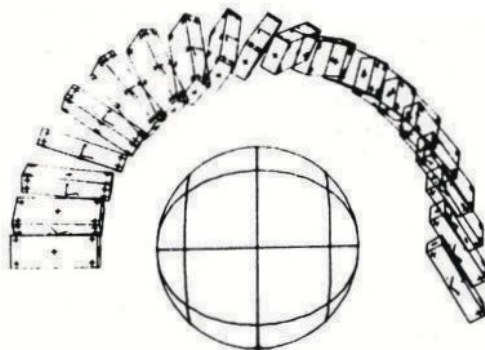
Os traçadores automáticos de gráficos, além de fazerem mapas do tipo convencional, podem ainda traçar vistas tri-dimensionais extremamente sugestivas dos terrenos.

serão precisos para apontar um satélite de modo a ele passar por Marte, Júpiter, etc. dando ainda algumas voltas pelo meio deles, como é o caso do Pioneer 1! E o caso do Apolo 13, aquele que ia para a Lua, tendo-lhe rebentado a meio do caminho um depósito de oxigênio, o que obrigou os astronautas a um regresso imediato e a um racionamento extremamente severo? Como teria sido possível planejar esse racionamento, a rota de volta, etc., sem a ajuda da rapidez e precisão do computador? É evidente que eles teriam pura e simplesmente morrido. E as Viking que estão agora em Marte a realizar experiências para ver se lá há vida? Que são elas senão um laboratório totalmente computadorizado? Claro que também não vamos concluir que nada seria possível sem os computadores, mas é evidente que semeles

É que um cientista não se pode dar ao luxo de pura e simplesmente desprezar dados apenas por os não poder tratar, porque pode muito bem acontecer que eles até sejam mais importantes do que aqueles que aproveitou. As ciências descritivas, como a Botânica, Biologia, etc., a partir do momento em que atingem determinada dimensão e dinamismo, têm absoluta necessidade do computador, porque as enormes quantidades de dados que envolvem têm de ser guardadas, já não em intermináveis calhamaços, mas sim em sítio onde seja possível encontrá-los rapidamente. Porque, de que me serve ter muitos livros se não sei, ou não consigo, encontrar aquilo que me interessa? Ora, a ajuda do computador é imprescindível para obviar a esse problema.

Outro exemplo: a interpretação da fotografia aérea para fins cartográficos. Cá está outro trabalho altamente repetitivo que, precisamente por isso, pode ser realizado pelo computador, que não só interpreta as fotografias, como pode também traçar os mapas com precisão muito superior à que é possível atingir por métodos manuais.

Todos nós conhecemos mais ou menos as grandes aventuras espaciais já empreendidas. E até talvez todos tenham também a noção de que nada disso seria possível sem os computadores. As quantidades astronômicas de cálculos que não



Parte de um filme feito pelo computador, representando um satélite de comunicações em órbita à volta da Terra.

seria extremamente difícil qualquer progresso a precíavel ou digno de registo na ciência moderna.

É também de notar outro facto interessante: as qualidades que fazem do computador um instrumento tão necessário são sempre as mesmas: velocidade, precisão e capacidade de memória. Vendo bem, são as únicas que lhe são pedidas, pela simples razão de que são as únicas que possui.

Mas que possibilidades não nos abrem! Por exemplo: os bancos de dados. Concerteza que já estão a ver o que se quer dizer com isso: são na da mais nada menos que grandes amontoados de informação que, precisamente pela sua dimensão, têm de ter a incrível velocidade do computador a ajudar a localizar este ou aquele assunto. Por que numa grande biblioteca um livro fora do lugar é um livro perdido; só por muito acaso ele se pode encontrar de novo. Além disso é quase impossível localizar através por exemplo de um ficheiro de autores, outro de títulos e outro de assuntos, este sempre extremamente geral, os livros que mais se relacionem com um determinado assunto, principalmente se é bastante restrito e especializado, por isso tem mesmo de entrar aqui o computador. Claro que esta sua função não serve só para bibliotecas mas para todos os sítios onde haja muita informação junta. Por exemplo: a Medicina. Como a missão dos médicos seria facilitada se, perante um doente, ele pudesse ter na mão duma maneira quase imediata relatórios doutros casos semelhantes passados sabe-se lá onde!

A poluição é um problema bem premente dos nossos dias. E todos têm consciência, creio, de que é impossível eliminar duma maneira radical as fontes que a produzem. Logo o que há a fazer é tentar controlá-la: mas isso exige vigilância constante e possibilidade de tomar medidas em cima da hora; porque de que nos vale exercer sanções sobre uma fábrica DEPOIS de ela ter descarregado a água de lavar os seus depósitos de combustível no rio? É certo que ela já não o tornará a fazer, mas pelo menos dessa vez o mal foi feito e provavelmente não foi pequeno. Mas se nós instalarmos numa cidade grande número de de estações medidoras da poluição do ar, da água,

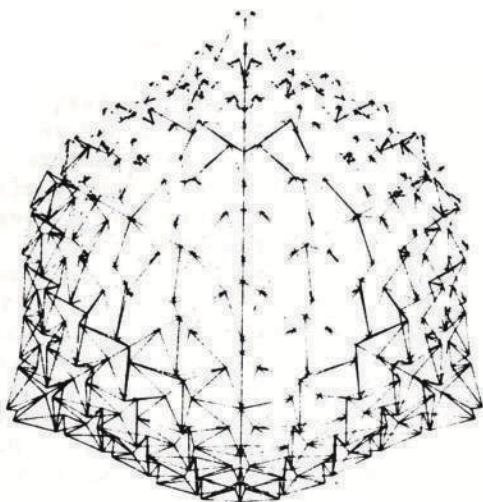
do nível do ruído, etc., e mantivermos um computador permanentemente a absorver os dados dessas estações, isso permitir-nos-á tomada de medidas em cima da hora, que são de tal modo possíveis e eficazes que, por exemplo, a cidade de Pittsburgh nos EUA, conhecida como um gigantesco aglomerado de indústrias, é presentemente uma das mais limpas cidades dos EUA. Graças aos computadores.

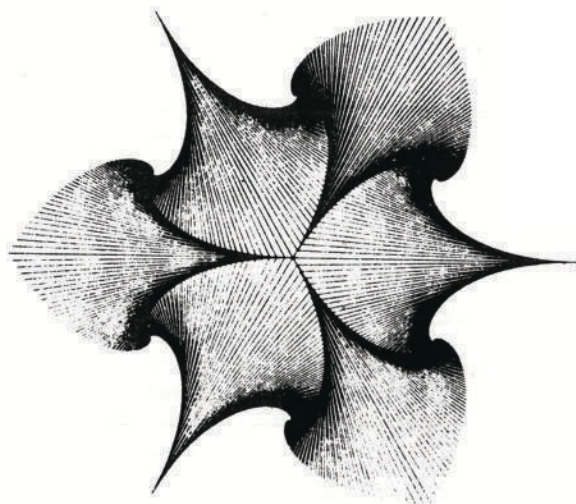
ACTIVIDADES ECONÓMICAS

(INDÚSTRIA, GESTÃO COMERCIAL, ETC..)

A gestão comercial corrente é o sector onde os computadores começam a estar mais vulgarizados. Um exemplo das suas tarefas é a elaboração das linhas de pagamento. E no mesmo sentido faz folhas de pessoal, mantém em dia as relações de existências, etc.. Outro aspecto é o de reservar passagens numa companhia de transportes aéreos, por exemplo. Com um sistema de terminais nas várias agências, consegue-se por exemplo impedir que por se desconhecer o que se passa nas outras, se marquem mais lugares do que os existentes, ou que ainda se consigam preencher muitas das desistências de última hora. Este último aspecto, aliás, é extremamente importante, porque a rentabilidade duma companhia de transportes aéreos depende regra geral de mais ou menos meia dúzia de passageiros em cada voo. Aliás esta possibilidade de as operações feitas num lado se saberem de maneira quase instantânea noutros é muito interessante: permite, por exemplo, quando aplicada a bancos, impedir que um indivíduo levante mais do que a sua conta real percorrendo rapidamente várias agências do mesmo banco.

A indústria, embora mais lentamente que a gestão comercial começa também a utilizar em cada vez maior escala os computadores. Por exemplo, na manufactura de peças de recortes muito variado e preciso, a operação normal seria praticamente impossível. É evidente que também aqui teria de vir meter o nariz o computador, mesmo porque ele permite realizar nessa máquina praticamente tudo o que é imaginável, apenas limitado pelas características físicas da máquina em questão. Claro que este controle pode ser muito mais generalizado, não se restringindo apenas a um aparelho, mas a toda a cadeia produtiva. É-nos perfeitamente fácil imaginar, à semelhança do que se disse em relação à poluição, um conjunto de sensores de todos os géneros ao longo duma cadeia produtiva, que permita ao computador actuar sobre as velocidades de produção desta ou daquela linha que entronca noutras, para que elas estejam perfeitamente sincronizadas, não deixando ultrapassar certos limites pré-estabelecidos, tais como temperaturas, pressões, etc.. Ou mesmo verificar e resolver a tempo situações que doutro modo teriam levado puramente a destruições, com os prejuízos inerentes. Outro aspecto é o do planeamento da própria produção. Hoje em dia um complexo industrial qualquer, para ser rentável, tem de ser eminentemente versátil, i.e., estar preparado para



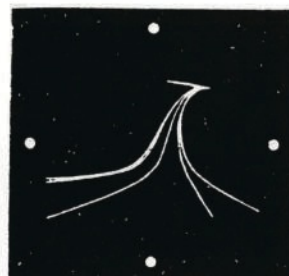


satisfazer pequenas encomendas muito variadas: já não existe ou tendem a desaparecer as produções massissas sempre idênticas. Ora, quanto maior é a instalação, maior é o número de variáveis envolvidas, o que torna para um operador humano quase impossível, se não mesmo impossível, encontrar a solução ideal para conseguir coordenar o fabrico de todas as encomendas com um mínimo de rentabilidade; tem de ser mesmo o computador a trabalhar com esses dados, a fazer o planeamento e a seguir o fabrico das encomendas.

Este planeamento da produção de que acabamos de falar integra-se naquilo a que se convencionou chamar INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL. O seu objectivo é precisamente planear, encontrar as soluções óptimas. Por exemplo, os problemas relacionados com a elaboração de escalas para os transportes públicos é algo de tipicamente objecto dessa disciplina.

A partir do momento em que um desses serviços atinge determinada dimensão, é perfeitamente impossível conseguir coordenar os interesses dos utentes com a rentabilidade, o regime de férias, trabalho, doença, trocas dos vários trabalhadores, etc.. E então quando surge qualquer falha, se não fosse o computador iria todo o edifício por água abaixo, porque se lhe não conseguiria fazer face. Claro que não é só isto; por exemplo, o cálculo da melhor forma do casco dum navio, da fuselagem dum avião, do trajeto duma estrada, também são assuntos dignos do computador. E aqui as vantagens também são evidentes: os preços de fabrico descem imenso, e os riscos de dar tudo em águas de bacalhau são muito menores.

Mas não se fique a julgar que são tudo rosas. Longe disso. É preciso notar que o computador não é infalível. É certo que a sua falibilidade é imensamente menor que a humana, mas não é por isso que deixa de falhar. E quando falha pode não ser nada, mas também pode ser extremamente grave. E quanto maior é a complexidade, maior é o risco. E já pensaram nas consequências dum erro dum computador que dirigisse o fun-



Um filme, produzido pelo computador, de uma estrada ainda por construir, pode tornar visíveis erros do projecto antes da construção começar. O computador pode também calcular a quantidade de terra a ser removida e desenhar a estrada mais econômica, tomando em consideração todas as características do terreno.

cionamento duma central atômica? Apesar de tudo, este ainda é um aspecto secundário. O principal problema que se põe muito fortemente é o da real rentabilidade de um computador: é que ele não faz nada para que não tenha sido escrupulosamente programado, com todas as possibilidades cobertas. Por exemplo, na gestão comercial: tomemos um caso, o das folhas de pagamentos. É certo que o computador trabalha muito depressa, mas têm de lhe ser fornecidos todos os dados, desde faltas a descontos a introduzir, ajudas de custo, eu sei lá! De tal modo que a uniformidade que tornaria a utilização do computador ideal é bastante atacada. Depois vem o tal problema: será que o que custa o computador, além da sua manutenção e funcionamento, que requer funcionários bastante especializados, é compensado pela operacionalidade que introduz? A resposta a esta pergunta nem sempre é directa e muito menos fácil.

SIMULAÇÃO

A simulação não é em si um campo de aplicação dos computadores, mas mais uma técnica da sua utilização. No entanto, dadas as suas características próprias e interessantes, merece bem um capítulo só para si. No fim de contas que é a simulação? Vendo bem, é precisamente o que o nome indica: é a tentativa de reproduzir o comportamento de qualquer coisa para conseguir prever qual vai ser o seu comportamento futuro. Este sempre foi, aliás, um sonho do homem. Esta técnica tem sido utilizada nos campos mais variados: desde a aterragem dum avião num porta-aviões em movimento, ao movimento dum foguetão, ao comportamento do mercado, às condições hidráulicas dum rio, aos choques dos automóveis, ao comportamento do eleitorado, etc., etc.. Há mesmo tentativas para simular a personalidade humana. Claro: não são mais do que tentativas em muitos destes casos, e o êxito é muito variado.

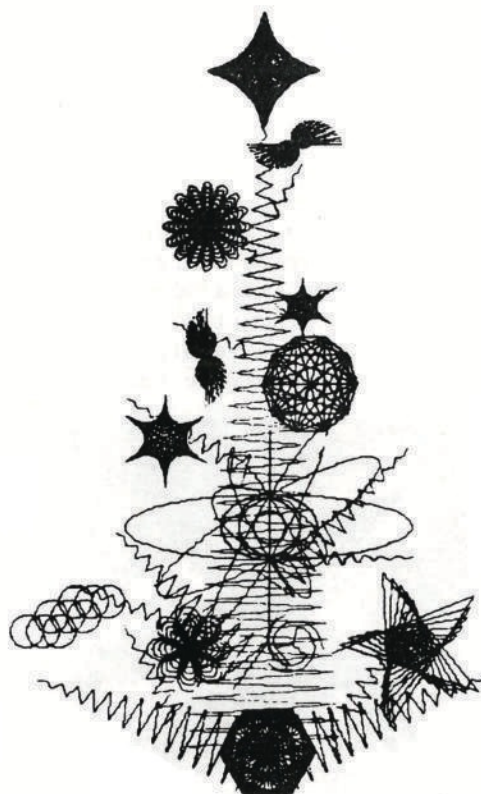
Não nos custará nada supor que as simulações da aterragem dum avião ou das condições hidráulicas dum rio e as consequências da construção de uma barragem, sejam perfeitamente passíveis de simulações bem sucedidas. Porque no fim de contas, uma simulação não é mais do que a construção dum modelo matemático, por exemplo do rio, a introdução matemática duma barragem e a leitura das consequências matemáticas dessa introdução. Ora um rio é redutível a uma forma dessas, porque é possível conhecer o regime normal de chuvas da região, a configuração e constituição do terreno, os caudais habituais, e tudo o resto que for necessário, por serem grandezas físicas mensuráveis. Podem-se até introduzir variações muito maiores do que aquelas que é lógico prever-se para o regime de chuvas, para ver se a barragem aguenta ou não, por exemplo.

Mas que pensar da simulação do mercado, do eleitorado, da guerra, da personalidade, de um qualquer órgão humano? É claro que a confiança que se pode ter nos resultados de tais simulações é muito pequena, e ainda bem, porque felizmente ideias como justiça, no caso do eleitorado, amor, ódio, etc. no caso da personalidade, não são redutíveis a números e fórmulas matemáticas. E esperemos aliás que nunca o venham a ser. Quanto ao órgão humano, a nossa ignorância sobre os verdadeiros mecanismos da vida é ainda tão grande que é ilusão pensarmos que tais simulações possam ser muito aceitáveis.

Outra coisa, no entanto, que já é mais passível de simulação é a METEOROLOGIA. Só que a quantidade de variáveis e dados a ter em conta é tão grande que é praticamente impossível, do ponto de vista físico, não só colher os dados como tratá-los. Presentemente.

ARTES E LETRAS

Já mais ou menos toda a gente deve ter ouvido falar de traduções, poesias e desenhos feitos pelo computador. E deve ter igualmente ficado desconfiada. É perfeitamente natural, e não se pode dizer que não tenham razões para isso. Por exemplo, as traduções já foram tentadas, com resultados bastantes dispares. O fracasso veio principalmente dos textos literários e o sucesso (embora relativo) conseguiram-se com alguns livros técnicos, que apresentam muito poucas ou nenhuma construções figuradas. Porque,

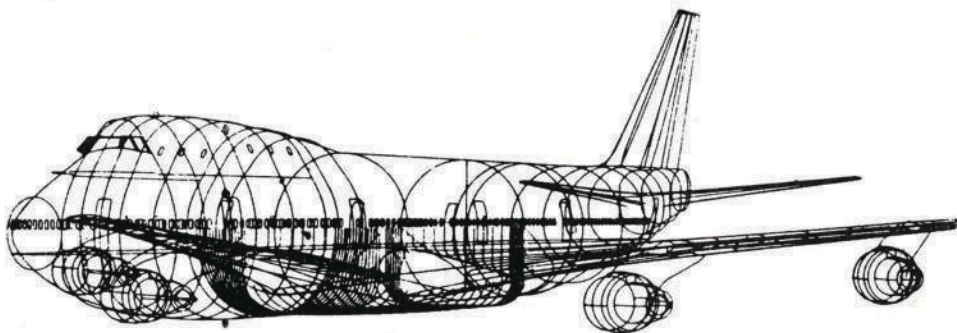


"Árvore de Natal", desenho feito pelo computador.

e isso é-nos evidente, a língua é algo mais que as regras de gramática, e mesmo nós às vezes não conseguimos compreender bem o sentido de algumas frases. É evidente que delas resultam traduções perfeitamente ininteligíveis. E a poesia? Que dizer da poesia feita pelo computador? É claro que não é nada de especial. No entanto conseguiu-se algum efeito fazendo o seguinte: dá-se uma estrutura ao computador, com espaços, e para cada um desses espaços uma lista de palavras possíveis, combinando-as o computador ao acaso. Por exemplo a estrutura

ALL (1) IN THE (2)
I (3) (4) IN THE (6)
(7) THE (8) HAS (9)

dá "poesia" como a seguinte



Desenhos de um piloto e de um Boeing 747 feitos pelo computador para efeitos de simulação.

ALL BLACK IN THE MIST

I TRACE THIN BIRDS IN THE DAWN.

WHIRR! THE CRANE HAS PASSED.

Interessante, não é?

E Música? Sabiam que os computadores também compunham música? Claro, é bastante provável que a sua audibilidade seja duvidosa. Mas mesmo aqui a liberdade do computador não é total: é-lhe dada uma estrutura geral, e regras para por exemplo ver se a música é harmónica ou não, etc..



As gaivotas de cima foram desenhadas utilizando símbolos como os de baixo.



No campo do desenho, poderão julgar por si perante as figuras que juntamos. É necessário notar que todas estas figuras não são mais do que gráficos de uma ou mais funções; isto representa apenas o trabalho do programador em juntar as funções necessárias para produzir determinado efeito (sem dúvida depois de muitas tentativas).

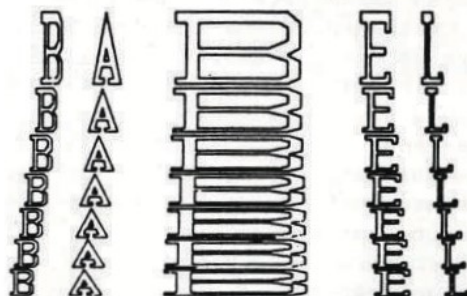
FUTURO

Para finalizar esta tentativa bastante rudimentar de sistematizar as diversas utilizações dos computadores, todos gostariam, sem dúvida, que se dissesse algo de grandioso sobre o futuro dessas máquinas, que fizesse sonhar e imaginar uma sociedade cor-de-rosa ou negra, conforme o sonhador. Mas para quem quiser sonhar, não será necessário que aqui se diga se já o que for, e principalmente achamos que tal não tem cabimento neste artigo. Podem-se no entanto dizer uma ou duas palavras sobre esse assunto:

A evolução mais previsível é, sem dúvida, não uma conquista de novos domínios de aplicação,

mas antes uma maior expansão dos já existentes. Assim, podemos esperar um incremento na formação de bancos de dados, na utilização na gestão comercial, no controlo da produção, etc.. Prever mais que isto parece-nos especulação. ■

Coimbra, Janeiro 1977



(continuado da pág. 10)

não são elementos de si mesmos? Se A pertence a A então, por definição de A, não deve pertencer a A; se A não pertence a A, então, ainda por definição de A, deve pertencer a A.

O paradoxo de Aquiles e da Tartaruga foi, no seu tempo, uma verdadeira antinomia visto que se julgava que a soma infinita de quantidades finitas era infinita.

Está fora do âmbito deste artigo mostrar como se resolveram (ou tentaram resolver) as contradições levantadas pelas diversas antinomias (algumas das quais vimos) até pela delicadeza que se reveste, e a nem sempre unânime opinião das diversas escolas (formalistas, intuicionistas, etc.).

Estas antinomias causaram perturbações na época (fins séc. XIX e princípios séc. XX), tendo por exemplo dito da antinomia de Russell o matemático alemão Gottlob Frege no fim do segundo volume da sua obra *Grundgesetze der Arithmetik*: "Um cientista pode dificilmente encontrar-se em situação mais indesejável do que a de ver os alicerces da sua obra desabarem exactamente quando termina a sua obra. Foi nesta situação que me colocou a carta do Sr. Bertrand Russell na altura em que este trabalho estava quase a sair do prelo".

A situação não era demasiado dramática, tendo levado a um revitalizar da Lógica e da Matemática, tentando construí-las em bases sólidas, de maneira a que tais contradições não se tornassem a levantar, originando por exemplo o aparecimento da teoria axiomática de conjuntos. ■

Coimbra, Dezembro 1976

BIBLIOGRAFIA

- Beth, E.W. - *The foundations of Mathematics*. North Holland Publishing Company (Amsterdam, 1965).
 Northrop, E.P. - *Curiosidades da Matemática*. Editora Ulisseia (Lisboa).
 Quine, W.V. - *Paradox*. Scientific American (Abril 1962).

ma. Esta memória, intitulada "Sur l'intervention du calcul Symbolique et des Distributions dans L'Équation de Boltzman", é aguardada com ansiedade em vários centros de grande projecção internacional.

Concluimos, portanto, que o prof. doutor José Sebastião e Silva foi sempre até ao fim um cientista abnegado.

Além da actividade científica, a que já nos referimos, o prof. Sebastião e Silva dedicou muito do seu tempo ao ramo educacional, como o demonstram as seguintes obras didácticas da sua autoria:

Ensino Superior:

- "Introdução às Modernas Teorias Algébricas", 1949
- "Transformações Geométricas", 1950
- "Introdução ao Cálculo Diferencial para Funções de Mais de Uma Variável", 1953
- "Cálculo das probabilidades", 2 vols., 1955/1958

Ensino Secundário

- "Compêndio de Álgebra - 6º e 7º anos"
- "Geometria Analítica Plana"
- "Compêndio de Matemática-6º e 7º anos"

É de salientar que raramente sucede investigadores ou professores universitários dedicarem-se à redacção de programas para o ensino médio, como sucedeu com o prof. Sebastião e Silva, o que revela a sua particular dedicação por este grau de ensino.

Por este motivo foi consultar no estrangeiro, nomeadamente à Alemanha e à Itália, processos mais modernos de aprendizagem, tendo publicado o resultado dessas consultas em artigos na Gazeta da Matemática.

Possivelmente essa experiência, captada no estrangeiro, serviu-lhe de base à elaboração dos compêndios de matemática que ainda hoje continuam a ser seguidos nos liceus.

Ao tentarmos fazer uma análise crítica aos referidos compêndios, podemos afirmar que o prof. Sebastião e Silva tentou dar aos seus livros uma orientação de índole acentuadamente intuitiva.

Folheando os seus livros, ficou-nos a ideia de que o seu autor procurava, através da inclusão de numerosos exemplos, citações históricas e aplicações concretas, dar a génese psicológica dos conceitos e a sua finalidade prática. Está, portanto, presente nos seus livros o desejo de que a matemática deixe de ser um suplício para a maioria dos alunos e, além disso, os leve a reelaborar progressivamente os esquemas lógicos da matemática, até à sua fase mais racional e abstracta, para depois inversamente aprender a utilizá-los nas suas aplicações concretas.

Assim o prof. Sebastião e Silva tentou tornar o ensino da Matemática mais aliciante e acessível a todos os estudantes.

É de referir que a actividade pedagógica do professor Sebastião e Silva não visou somente os alunos, mas também foi muito em especial dirigida a professores do ensino médio, sobretudo no campo da actualização do ensino da Matemática, no nosso País.

Nesse sentido o testemunho de uma docente,

a licenciada Dulce de Sá Nogueira, professora do ensino liceal, em Lisboa:

"Sugerirem-me que recorde o prof. Sebastião e Silva é para mim um apelo a que sinto que não posso dizer que não, ao pensar em quanto recebi dele. É a sua obra que ficará mais viva e a pessoa que se torna viva também.

Mais do que fornecer-lhes elementos bibliográficos, o que lhes posso fazer é dar-lhes um testemunho de conhecimento pessoal. ALGUÉM que se afastou de nós, mas deixou qualquer coisa de muito seu, em quantos tiveram a sorte de, por mais ou menos tempo, conviver com ele. É o calor de uma chama que nos foi transmitida e que se mantém, continuando a guiar-nos nas nossas actividades de professores.

O prof. Sebastião e Silva, ao dirigir-se aos poucos conhecedores dos assuntos tratados, sabia arranjar uma linguagem muito clara, incisiva, não hesitando em usar "abusos de linguagem" (a expressão é dele) para uma maior clarificação (advertindo, todavia, os cuidados a ter com tais abusos). Do que ele não abdicava era duma linguagem corrente, fluente, mas muito rigorosa.

Recordo as palestras sobre "introdução à lógica simbólica" e "aos fundamentos da matemática", proferidas por ele no Liceu Normal de Pedro Nunes, nos dias 7, 14, 28 de Janeiro, 4 de Fevereiro e 4 de Março de 1959. É um aspecto muito vivo para mim falar-lhes neste assunto, pois assisti a essas lições com atitude participante, sendo estagiária nessa altura e com a incumbência juntamente com mais três estagiárias de tomar apontamentos de tudo quanto fosse dito para uma possível publicação. Tivemos um trabalho grande, mas o que está publicado foi inteiramente redigido por ele: assim o quis. Foi uma atitude pedagógica de nos obrigar a trabalhar até à última. A sua grande exigência de rigor, um sentido muito grande de responsabilidade fizeram-no optar pela solução de dar do seu tempo (o que foi preciso) para a redacção, a seu gosto, das lições a que me refiro".

Em 1941, pouco tempo depois da sua licenciatura, o prof. Sebastião e Silva manifesta a sua opinião favorável à introdução da LÓGICA no ensino da geometria, tendo publicado o artigo "A Lógica Matemática e o Ensino Médio". É desse artigo que destacamos as palavras do Autor:

... "Parece-me que, para uma clara e perfeita compreensão da parte do programa de Matemática do terceiro ciclo dos liceus que se refere aos métodos da geometria, muito haveria a lucrar com o emprego judicioso de alguns elementos de lógica matemática, ministrados previamente ao aluno, numa extensão do programa que, sem o sobrecarregar em excesso, teria a compensadora vantagem de o favorecer em grande parte do seu trabalho, contribuindo apreciavelmente para o desenvolvimento das suas faculdades de análise..."

Mais tarde, em 1959, o prof. Sebastião e Silva profere uma série de lições no Liceu Nor-

mal de Pedro Nunes sobre "Introdução à Lógica Simbólica e aos Fundamentos da Matemática", que se encontram publicadas na revista "Pales-tra".

O estudo da Lógica Matemática, Simbólica ou Logística, deu grande incremento à Matemática, pois leva o aluno, já no Liceu, a pensar correctamente. Não se pode ter uma ideia exacta e clara do que é uma AXIOMÁTICA, uma DEFINIÇÃO nem uma DEMONSTRAÇÃO, sem recorrer à Lógica Simbólica.

A Lógica Matemática, incluindo um estudo da Teoria dos Conjuntos, é essencial à formação do matemático porque toda a Matemática Moderna está intimamente penetrada do espírito da Lógica. O estudo da Lógica Simbólica permite ao aluno melhor compreensão, maior rigor e, além disso, maior interesse pela sua relação constante com o estudo da sua própria língua.

EXEMPLO

TEOREMA (enunciado clássico)

É condição nec./suf. para que uma recta r seja paralela a um plano α que exista nesse plano uma recta r' paralela à recta dada.

TEOREMA (enunciado em lógica simbólica)

$$r \parallel \alpha \Leftrightarrow \exists r' \in \alpha : r' \parallel r$$

Com a Lógica Simbólica a Matemática passa a ter uma linguagem de tipo especial que, como qualquer idioma estrangeiro, se adquire fazendo traduções e retroversões. Por exemplo: os quantificadores universal ($\forall x$) e existencial ($\exists x$), que se aplicam a expressões com variáveis, são como as operações lógicas, de interesse capital. Correspondem na lógica tradicional, ou clássica ao "TODO" e "ALGUM", mas com possibilidades mais amplas. A introdução das Matemáticas Modernas no ensino secundário e, sobretudo, o espírito destas matemáticas servem não só para assegurar uma melhor formação intelectual dos alunos, mas também para evitar uma desarticulação que é absolutamente sensível entre os estudos secundários e os estudos universitários.

Pensamos em colegas nossos que, tendo trazido já esta preparação do liceu, não sentiram como nós uma grande dificuldade de adaptação ao ensino universitário.

O prof. Sebastião e Silva com a sua Sebenta de Matemática Moderna, que é actualmente seguida nos 6º e 7º anos dos liceus, pretendeu que o ensino de matemática fosse modernizado, não só quanto a programas, mas principalmente quanto a métodos. Dava como norma que o livro não pode substituir o ensino oral, mas pode e deve servir de apoio e complemento às lições do professor que, com o seu bom senso, vá graduando as dificuldades e regulando o ensino segundo o nível que a experiência aconselhar. O professor deve abandonar tanto quanto possível o seu método tradicional de expor, em que o aluno tem apenas um papel passivo, e procurar pelo contrário seguir um método activo, estabelecendo diálogo com os alunos, exigindo-lhes logo de início um

grande rigor de linguagem. Daí que seja de grande interesse o auxílio da lógica feita logo nos primeiros anos do liceu.

Pensamos que grande parte das dificuldades que os alunos do liceu sentem no estudo das sucessões e dos limites se tornam extremamente mais simples na Matemática Moderna, porque é integralmente feito à base de expressões quantificadas.

A moderna orientação abstracta das matemáticas pode tornar o ensino mais atraente e mais fácil, mas se for mal aplicada pode conduzir a resultados opostos. Estas inovações devem ser executadas com extrema prudência e com o mais fino tacto pedagógico para não criar nos alunos uma invencível repulsa pelas matemáticas, porque o extremo rigor lógico em vez de formativo pode tornar-se perigosamente deformativo.

Por isso, o prof. Sebastião e Silva propunha um ensino que, pelo menos nos cinco primeiros anos, permanecesse clássico nas suas linhas gerais, mas fortemente influenciado pelo espírito moderno. Assim, as ideias, os métodos e a linguagem das Matemáticas Modernas seriam introduzidos gradualmente a propósito de matérias clássicas, antes ou depois, conforme os casos, e quanto possível na altura da exposição da matéria. Só nos dois últimos anos do liceu se devia ir para um estudo concentrado, ainda que a nível elementar.

Não nos sentimos à altura de fazer uma crítica à sebenta do prof. Sebastião e Silva porque só com a prática do ensino, vale dizer, pela sedimentação de conhecimentos emergentes das reacções dos alunos, se nos facultariam elementos susceptíveis de uma cabal apreciação.

De acentuar, no entanto, que o GUIA DE UTILIZAÇÃO DA SEBENTA confere ao professor um conjunto de normas apreciáveis em ordem à condução criteriosa das suas aulas.

Nesta conformidade, o professor, uma vez bem preparado, estará em condições de suprir as eventuais deficiências que, porventura, se lhe deparem no texto, de molde a dar a melhor aplicação aos conhecimentos que lhe incumbe ministrar.

Para dar uma nota mais viva ao nosso trabalho, concluímos pela reprodução de trechos de obras da autoria de Sebastião e Silva, que traduzem de forma eloquente a sua posição perante as realidades do ensino e a sua indesmentível estatura de HOMEM, simbolizando toda uma filosofia de vida, luminoso padrão que aí fica a apontar rumos às gerações vindouras:

... .. "O sentimento estético será ainda e sempre um poderoso guia de investigação; e uma das principais preocupações do professor deve ser precisamente a de estimular nos seus alunos esse sentimento, fazendo-os aperceberem-se da beleza de certas proposições e da elegância de certos raciocínios. Mas tal não basta, ou melhor: tal é uma condição necessária mas não suficiente, para que o ensino resulte eficaz. Porque a Matemática não é apenas a música da razão".

(continua pág. 27)

CARLOS FIOLHAIS

As observações físicas têm de ser efectuadas em relação a um dado sistema coordenado de referência.

Sistema de inércia é aquele para o qual são válidos os princípios da dinâmica de Newton (1687). Encontrado um, é de inércia qualquer outro em repouso ou em movimento rectilíneo e uniforme relativamente ao primeiro. O princípio da relatividade de Galileu e Newton diz que as leis da mecânica são as mesmas em todos os sistemas de inércia. Logo, por experiências mecânicas realizadas no interior de um sistema de inércia, é impossível perceber o estado de movimento desse sistema. As leis de transformação clássica relacionam as coordenadas lidas em dois sistemas de inércia.

J.C. Maxwell (1864) estabeleceu um notável conjunto de equações matemáticas que explicam os fenómenos electromagnéticos, e demonstrou que a luz possui uma natureza ondulatória electromagnética. A sua velocidade no vácuo é uma constante característica da teoria ($c=3 \times 10^8$ ms⁻¹). Mas das equações de Maxwell vêm dificuldades imediatas. A forma da equação de onda não é invariante para uma transformação clássica. E a velocidade da luz não deve ter o mesmo valor c para todos os observadores, se se respeitar a adição das velocidades.

Como o princípio da relatividade de Galileu se aplica às leis da mecânica, mas não às da electrodinâmica na formulação de Maxwell, há que optar entre as seguintes hipóteses alternativas.

- Existe um princípio da relatividade para a mecânica mas não para a electrodinâmica. Existe então um sistema de referência privilegiado, chamado sistema do éter, onde são válidas as equações de Maxwell e onde a luz se propaga com velocidade c .

- Existe um princípio da relatividade para a mecânica e electrodinâmica, mas a electrodinâmica não é correcta na teorização de Maxwell.

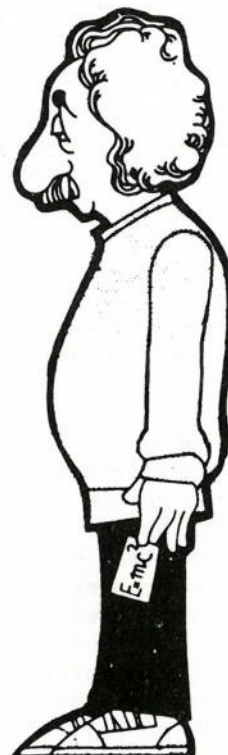
- Existe um princípio da relatividade para a mecânica e electrodinâmica, mas as leis da mecânica na forma newtoniana necessitam modificação.

A selecção entre estas possibilidades apenas pode ser efectuada com base em resultados experimentais.

A tentativa mais famosa de verificar a existência de um sistema preferencial foi a experiência de Michelson-Morley (1887). Por um processo engenhoso, verificaram que o movimento de translação terrestre no éter não afectava a velocidade da luz. Portanto, tudo se passava como se a terra se mantivesse imóvel, ao contrário do que desde Copérnico se conhecia.

A experiência foi repetida em variadas circunstâncias e a versão laboratorial foi aperfeiçoada por outros investigadores, mas o resul-

tado negativo confirmou-se. Os físicos efectuaram então várias tentativas de justificação do resultado da experiência, mas preservando o conceito de éter como sistema universal. Não tiveram êxito. Nem sequer foi vislumbrada qualquer teoria electrodinâmica alternativa.



A solução obrigou a uma ruptura radical no pensamento científico vigente. A. Einstein (1905) propôs os seguintes axiomas:

1. As leis da física são as mesmas (isto é, exprimem-se por equações com a mesma forma) para todos os sistemas de inércia. A luz propaga-se com velocidade constante c no vácuo.

2. É impossível uma experiência que defina um estado de repouso ou movimento absoluto, ou determinar para um fenómeno físico um sistema preferencial com propriedades particulares.

São os postulados fundamentais da teoria da relatividade restrita. Nenhuma objecção experimental a eles ou às suas consequências foi ainda encontrada.

É assim alargado o princípio da relatividade galileica: o novo princípio refere-se à generalidade das leis da física. Todos os sistemas de inércia são para todos os efeitos equivalentes. Não existe o éter.

A experiência de Michelson-Morley encontra agora explicação. O princípio da relatividade torna indemonstrável a translação da terra por experiência exclusivamente terrestre, quer mecânica quer óptica (lembre-se que um sistema de eixos ligados à terra pode ser considerado de inércia durante intervalos de tempo limitados).

As leis de transformação clássicas são falsas. Os postulados permitem obter outras leis de transformação (ditas de Lorentz). As leis de Newton não são invariantes para tal transformação e devem por isso ser alteradas. A nova mecânica tem contudo de se reduzir à antiga para velocidades bastantes menores que a da luz, uma vez que aí as leis de Newton se encontram suficientemente estabelecidas.

A admirável fecundidade da teoria de Einstein consistiu na previsão de novas e surpreendentes propriedades que progressivamente se revelariam na investigação aplicada. Entretanto houve que defrontar os "descendentes" daqueles que condenaram Galileu".■

Coimbra, Dezembro de 1976

(continuado da pág. 13)

tas se encontram de facto, e depois em estender ao infinito propriedades válidas apenas para o caso finito.

Apesar de falhado, o empreendimento de SACCHERI foi de extrema importância pelas perspectivas novas que trouxe e pelos caminhos que abriu.

Muito parecidas com as de SACCHERI foram as investigações do suíço JOHANN LAMBERT (1728-1777). LAMBERT considera um quadrilátero com três ângulos rectos e faz as três hipóteses sobre o quarto ângulo. A hipótese do ângulo recto segue do postulado de EUCLIDES. Da hipótese do ângulo obtuso consegue obter uma contradição. Ao estudar a hipótese do ângulo agudo, chega a conclusões semelhantes às de SACCHERI, como a da soma dos ângulos internos de um triângulo ser sempre inferior a 180° . Neste ponto, LAMBERT avançou um pouco mais, ao descobrir o seguinte: se, na hipótese do ângulo agudo, chamarmos defeito de um triângulo à diferença entre 180° e a soma dos seus ângulos internos, o defeito de um triângulo é proporcional à sua área.

Mas o resultado mais notável de LAMBERT no âmbito da hipótese do ângulo agudo foi a descoberta de uma unidade absoluta de medida de comprimentos. Vejamos o que isto quer dizer. O comprimento de um segmento de recta vulgar não é uma característica intrínseca ou absoluta desse segmento, pois que depende da unidade adoptada (não nos referimos aqui a unidades como o centímetro ou o metro que são entidades físicas). Já no caso de um ângulo, podemos sempre falar na sua medida, por exemplo a razão entre ele e o ângulo recto, que pode por este motivo ser chamado uma unidade absoluta de medida de ângulos. No caso dos segmentos, nunca poderíamos falar senão de unidades relativas de medida. O que LAMBERT mostrou foi que da sua hipótese do ângulo agudo se conclui a existência de uma unidade absoluta de medida de comprimentos (isto está relacionado com o facto de, nessa hipótese, não haver figuras geométricas semelhantes de grandezas diferentes - recordar o que se disse a propósito da tentativa de WALLIS). Embora esta conclusão seja difícil de "engolir", LAMBERT não rejeitou, por causa dela, a hipótese do ângulo agudo. Para dizer a verdade, nunca chegou a rejeitá-la, por não ter conseguido obter ne-

nhuma contradição a partir dela e da base E.

ADRIEN LEGENDRE (1752-1833), francês, foi o autor de uma das últimas tentativas sérias de demonstração do 5º postulado de EUCLIDES. Como a proposição "A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois rectos (180°)" é equivalente ao 5º postulado, é a ela que LEGENDRE se dedica, tentando demonstrá-la. O célebre matemático procede por redução ao absurdo: se essa soma não é 180° , ou é maior, ou é menor, e podemos afirmar (por um teorema demonstrado por SACCHERI) que se uma dessas hipóteses se verifica para um triângulo, verifica-se para todos. LEGENDRE deduziu, correctamente, uma contradição da hipótese da soma dos três ângulos ser superior a 180° (equivalente às hipóteses do ângulo obtuso de SACCHERI e LAMBERT). Ao estudar a outra, a dessa soma ser inferior a 180° (equivalente às hipóteses do ângulo agudo), o matemático francês cometeu um erro já clássico: baseou-se numa proposição não demonstrada e que mais tarde, por azar, se verificou ser equivalente ao eterno postulado de EUCLIDES. Desta vez, a proposição ratoeira foi a seguinte: "Dado um ponto no interior de um ângulo, é sempre possível arranjar uma recta que passa por esse ponto e intersecta ambos os lados do ângulo". Parece mesmo evidente, não parece? Mas quem duvida da evidência do 5º postulado tem de desconfiar de todas as "evidências".■

(Segue no próximo número)

ponto de interrogação

Nesta secção serão publicadas questões não originais de índole mais ou menos científica e que exigem o dispêndio de uma certa "energia mental" para serem resolvidas. Em cada número incluiremos as melhores respostas que nos enviarem relativamente às perguntas do número anterior.

- 1 - Qual a soma dos números de 0 a 1 000 000 000 (um bilião)? E a de todos os algarismos que compõem esses números?
- 2 - Dada a sucessão

1, 2, 3, 4, 5, ...,

ninguém hesitará em afirmar que se trata da sucessão dos números naturais, isto é, a sucessão de termo geral $u = n$. No entanto, há muitas sucessões cujos primeiros termos são os indicados acima e que não coincidem com a sucessão dos naturais. Quem arranja exemplos?

- 3 - Considerem-se 12 esferas perfeitamente idênticas no que respeita ao aspecto exterior. Sabe-se que 11 delas têm o mesmo peso e que a outra tem um peso diferente (não se sabe se é mais pesada ou mais leve que as restantes). Pede-se para, em três pesagens numa balança de pratos, determinar a esfera de peso diferente e se é mais pesada ou mais leve que as outras.

tou-se o interesse, organizaram-se vários grupos de trabalho.

J.P. - Em relação ao sector de Física Teórica, acho que não houve uma quebra apreciável do rendimento científico. Logo a seguir ao 25 de Abril houve uma certa desorientação e um certo questionar saudável da razão de ser desta ou daquela actividade científica, mas não se tomaram atitudes disparatadas. As perturbações que por vezes afectaram a investigação na Faculdade julgo que foram devidas a uma ideia incompleta ou imperfeita da função social da ciência, que conduziu à valorização exclusiva das aplicações práticas. Numa Universidade temos de considerar o ensino e a investigação como duas actividades complementares mas distintas, que devem gozar, uma em relação à outra, de certa autonomia. Na investigação propriamente dita, considerada como pesquisa de conhecimentos novos, tomam parte activa investigadores, assistentes e professores doutorados. Todos devem participar na programação das actividades do respectivo projecto ou centro, livres de pressões externas, respeitando, evidentemente, as linhas gerais estabelecidas pelas entidades responsáveis pelo planeamento geral da actividade científica. No entanto, devido à sua maior experiência científica, cabe aos doutorados a principal responsabilidade de na dinamização da investigação e na escolha dos temas. Evidentemente, a opinião dos doutorados tem de ser tomada em consideração na razão directa da responsabilidade que lhes é exigida. Porém, toda a Escola deve beneficiar da actividade científica que nela é realizada. Essa actividade deve contribuir para a valorização de docentes e discentes, possibilitando, por exemplo, a elaboração de dissertações de licenciatura e doutoramento. Portanto, seria natural que a Escola se pronunciasse sobre a utilidade que para ela assume a investigação nela realizada, mas isto não pode significar interferência da Escola no planeamento da actividade deste ou daquele projecto. A existência de projectos de investigação válidos deveria ser exigida pelos próprios alunos, pois a sua ausência significa, geralmente, que o ensino é meramente repetitivo, e portanto, pelo menos em relação às cadeiras dos últimos anos, não é correcto. Se o ensino é acompanhado de uma atitude crítica adequada, a investigação surge como consequência quase inevitável.

O MOCHO - Falamos da produção em investigação científica; ao falar disso pressupõe-se a existência de critérios para avaliar essa produção e além disso a definição concreta do que é a investigação científica. Gostaria que se passasse agora a falar sobre o conceito de investigação científica; se o conceito que temos entre nós é o mesmo que existe nos países estrangeiros e o que é e para que serve a investigação científica. É uma pergunta mais geral que pressupõe linhas que poderão já estar na base das respostas dadas.

J.P. - Os condicionalismos em que se desenvolve

a investigação científica entre nós obrigam a uma selecção muito criteriosa dos projectos. A escolha deve ser feita com imaginação, por forma a conjugar o mérito científico do projecto (que não pode deixar de ser aferido por critérios reconhecidos internacionalmente) com os recursos económicos de que dispomos. Nas Universidades, a investigação deverá em primeiro lugar dar apoio ao ensino e contribuir para a existência de condições que favoreçam a actualização permanente dos docentes. Pouco mais se poderá exigir, dada a insuficiência do quadro de investigadores, embora sejam de encorajar as actividades de apoio ao exterior, como as que são já desenvolvidas em alguns Departamentos (Química, Mineralogia, Botânica, Zoologia, etc.).

Quando constatamos que grande parte dos nossos assistentes se vêem obrigados a ir procurar ao estrangeiro as condições de que necessitam para prepararem os seus doutoramentos, somos levados a perguntar para que servem projectos de investigação e professores doutorados das nossas Faculdades. Não pretendo culpar ninguém, porque a situação é complexa, mas é evidente que alguma coisa está errada. Seria natural que os doutorados ajudassem os docentes mais jovens a situarem-se na fronteira dos conhecimentos humanos para que aí a sua imaginação e entusiasmo pudessem ser aproveitados em actividades cientificamente válidas.

A ciência e a tecnologia dão uma contribuição muito importante para a resolução dos problemas que afligem a humanidade. Os países onde a ciência e a tecnologia estão mais avançadas são os países onde as populações gozam dum nível de vida mais desafogado. No entanto, não se pode justificar a ciência apenas pelas suas aplicações práticas, porque é um facto que aquilo que motiva os cientistas, um Einstein ou um Newton, por exemplo, não é propriamente a vontade de resolver os problemas da humanidade, mas o desejo de conhecer e interpretar a realidade. Isto na melhor das hipóteses, porque se a atitude da sociedade em relação à ciência não for a correcta, os investigadores podem ser simplesmente motivados pela busca de uma situação estável e então dificilmente corresponderão à necessidade que a sociedade possa ter de técnicos e cientistas.

A.D. - Os proponentes do Centro de Agro-Ecologia trabalhamos muito perto da fronteira entre o que se costuma chamar "investigação pura" e "investigação aplicada" e se reflecte no facto dos nossos estudos se iniciarem usualmente a partir de trabalho de campo: por um lado fazemos o inventário de recursos naturais, botânicos e zoológicos, e o estudo científico desses problemas; por outro lado, e por força desses conhecimentos, estamos em condições de contribuir para esclarecimento de questões relativas à identificação de pragas e alguma informação sobre meios para as combater. Deste modo, para nós, o domínio da investigação além de constituir uma procura de conhecimentos novos põe-se frequentemente em termos de resolução de problemas concretos e práticos.

G.P. - A pergunta tem em si vários aspectos, vamos ver se não nos desviamos. Em Geologia fazemos uma investigação bastante objectiva porque trabalhamos com uma coisa muito real que é a Natureza. Em Portugal vão-se estudando os problemas que na Geologia se levantam; alguns permanecem e outros retomam-se, mas a investigação é feita primordialmente para ir resolvendo os problemas que se levantam. Claro que a resposta a estes problemas digamos que gradualmente leva a investigação para determinada rota e com isso procuramos as técnicas e todas as maneiras de resolver esses problemas. Portanto, aí, a investigação poderá ser a resposta para determinadas interrogações. Mas muitas das vezes, ao desenvolver trabalhos neste âmbito resultam algumas interrogações de escala diferente com preocupação mais académica e para isso são necessárias novas técnicas e portanto passamos a dedicar-nos a outro tipo de investigação. Às vezes, essa investigação já não é possível fazer-se nos nossos laboratórios porque eles poderão não estar apetrechados para esse tipo de investigação, daí o recurso aos laboratórios estrangeiros. Normalmente estes trabalhos poderão dar um substrato que académicamente permite chegar ao doutoramento. É isso que, suponho, o Doutor Providência dizia há pouco; de facto, muitos de nós podemos sentir necessidade de sair do país para continuar essa investigação. Claro, se essa investigação de grau mais refinado não for possível de se fazer nos nossos laboratórios; por exemplo, em Coimbra, não é ainda pensável dedicarmo-nos à síntese de minerais, por demasiado cara e com técnica sofisticada em que é preciso um suporte não só económico e técnico mas humano a que poderemos não ter capacidade de dar resposta. Daí que certa investigação ainda hoje em Portugal esteja dentro de limitados parâmetros. Isso não exclui a necessidade de um intercâmbio cada vez mais forte com outras escolas e institutos de investigação. Mas no campo da Geologia outros centros têm também os seus investigadores muitas das vezes interessados nos problemas em que nós estamos, problemas que se localizam por exemplo nas mesmas regiões. Se os problemas de investigação nesses centros são resolvidos de modo diverso do nosso, às vezes, é só uma questão de filosofia. Mas fundamentalmente o que há é uma grande procura das técnicas e o intercâmbio hoje faz-se com forte ritmo. Claro que se me pergunta qual é o conceito de investigação, é uma coisa que, não digo que seja totalmente polémica, mas obrigar-nos-ia na nossa conversa de hoje a ir situar o problema ou como investigação pura ou aplicada. O campo da investigação pura foge um pouco àquilo que nós pretendemos mais de imediato. Em Geologia trabalhamos relativamente objectivados e com problemas de resolução a médio prazo e a que se tem que dar certa resposta. Da resolução desses problemas às vezes ficam coisas curiosas; por vezes gasta-se bastante tempo em coisas que são curiosas mas que podem não dar a resposta urgente. No entanto têm interesse científico e são coisas que se fazem em pequena percentagem.

S.F. - Vou tentar não repetir coisas aqui já di-

tas e que me parecem acertadas. Vou procurarr trazer à baila outros aspectos. Começo por comentar o que me parece ser a grande confusão existente sobre o que se deve entender por investigação. É importante e salutar arrumar as ideias entre nós portugueses e sobretudo entre os frequentadores desta vetusta Instituição sobre o que se deve entender por investigação, por desenvolvimento, por aplicação de técnicas e por serviços à Comunidade. Daqui decorreria uma melhor definição das políticas a respeito destas actividades com consequente aumento de racionalidade na organização do trabalho das pessoas e na distribuição de verbas. Não é indiferente que eu considere a realização de análises, por exemplo de águas, como uma actividade científica ou como um serviço à Comunidade. A distinção não tem subjacente uma atitude ética, pois que um serviço à Comunidade é bem capaz de ter, sob este prisma, mais valor que a maior parte das investigações. A destrinça deve ser feita em termos operacionais, olhando às razões da existência e justificação da própria Faculdade, na sua contribuição para o desenvolvimento científico e aplicações tecnológicas. E quando se queira instituir um serviço à Comunidade que se o diga claramente, não pretendendo vender gato por lebre.

Outro comentário que gostaria de fazer (perdoem-me ser um lugar-comum; acontece porém que muitas coisas acertadas são lugares-comuns e não é por isso que deixam de ser verdades): a Ciência tem um carácter universalista a que não podemos fugir. Não há uma ciência portuguesa, inglesa, francesa, argentina ou seja o que for. Pode-se sim falar das instituições científicas dos diferentes países, da organização da sua actividade de pesquisa, da qualidade e características dos seus cientistas. Mas não há dúvida de que, quando surgem novos conhecimentos científicos, representando um avanço na interpretação da Natureza e da integração do Homem nessa mesma Natureza, eles passam a ser património universal. Nós sabemos que leis bem estabelecidas têm autores cuja nacionalidade é ignorada por quem as aplica. Se ninguém se importa com o país de origem de um qualquer cientista do século XIX ou anteriores ou dos primórdios do actual, tal parece confirmar o carácter universalista da Ciência. Sendo assim temos de admitir que a avaliação de pretensos avanços científicos tem de ser sujeita a critérios internacionais. Este ponto de vista contrapõe-se à atitude de considerar a Ciência como uma actividade paroquial, como uma capelinha frequentada por meia dúzia de pessoas estimáveis e muito amigas umas das outras. É o que muita e boa gente tem ultimamente defendido aqui nesta sapiente Colina. Pretendem, talvez na melhor das intenções, construir uma ilhota, uma torre de marfim desligada do resto do Mundo. Não vão longe por este caminho, pois tal significará a estiolagem da sua actividade. Mas voltemos ao que importa. A investigação terá de ver os seus resultados reconhecidos pela comunidade científica internacional. E devemos tomar em conta que esta comunidade deverá ser concebida integrada no devir histórico, pois há trabalhos que só muito posteriormente à sua publicação são devidamente apreciados. A confron-

tação das ideias, modelos e teorias de cada um com os dos outros cientistas é condição imprescindível para não nos metermos no fundo dum sacco a olhar para o próprio umbigo. Mais: este mini-universo coimbrão é limitativo e concentracionário, levando-nos a pensar que a "Colina" é que é o Mundo.

Vou terminar tocando qualquer coisa relacionada com o que já foi dito a respeito da oposição existente entre Portugal e o dito mundo "civilizado". E é em termos de uma antinomia interna, entre Coimbra por um lado e o resto do País, muito especialmente Lisboa, pelo outro. Em Lisboa existe neste momento uma quantidade notável de massa cinzenta organizada em institutos de investigação aonde todos os anos ocorre um grande número de jovens ansiosos de fazer Ciência. E em Coimbra? A situação é precisamente a oposta, com tendência a agravar-se se a curto prazo a Faculdade, a Universidade e a Região não forem contempladas pelo poder central com investimentos significativos. De outro modo, o provincialismo do sítio ir-se-á acentuando mesmo no contexto nacional.

F.A. - A investigação científica é qualquer coisa que está bem definida e o nosso conceito de investigação não é diferente do conceito que sobre o assunto têm noutros países. A ciência tem um carácter universal, não pertence só a quem a produz. Para investigar, é preciso atingir um certo nível de conhecimentos, ter conhecimento de problemas em aberto que ainda não foram resolvidos e tentar resolvê-los, criticar conhecimentos adquiridos no sentido de os relacionar de diferentes maneiras, tentar interpretar resultados obtidos e generalizá-los, etc. Um indivíduo entra na investigação quando consegue atingir um certo nível de conhecimentos. Então, peganesses problemas e vai procurar resultados novos; poderá consegui-los ou não. Como é que vamos a valer se, na verdade, os resultados obtidos estão correctos? Será, precisamente, consultando outras pessoas que estejam a trabalhar no problema e ouvindo a sua opinião. É evidente que dentro do nosso meio não poderá haver muita gente que esteja a tratar de determinado problema e portanto esteja ao nível de poder criticar os resultados obtidos; mas, dentro da Matemática, essa dificuldade está perfeitamente ultrapassada, pois os resultados da investigação são enviados para revistas que aceitam só trabalhos de investigação. Essas revistas, por seu turno, têm um conjunto de colaboradores especializados em determinados assuntos e que vão criticar o resultado novo que lhes é enviado. Hã, digamos, uma censura (é mesmo uma censura) relativamente ao resultado, uma crítica procurando verificar se o resultado está correcto.

O MOCHO - No caso da Matemática Pura, não acha que a questão da investigação pela investigação, da investigação desligada da realidade, se põe com mais agudeza?

F.A. - Acho errada a pergunta, não se investiga só por investigar, como não se trabalha só pelo gosto de trabalhar! O investigador está inserido numa sociedade de que se serve e para a qual

dá o seu contributo. Pode o meio que o rodeia não ter interesse nenhum nos resultados que ele está a procurar! Esse é outro problema. Mesmo nesse caso, o papel do investigador nas nossas Universidades é importante, pois para além do contributo que ele poderá dar para o avanço da Ciência com os seus resultados, só investigando é que poderá manter o ensino actualizado. E manter o ensino actualizado é extremamente importante em qualquer sociedade.

Por outro lado, tentando dar uma resposta à pergunta feita - sobre se vale a pena investigar em Matemática Pura, por esta parecer desligada da realidade -, devo dizer que penso que esse afastamento da realidade só é aparente. São os avanços em Matemática Pura que permitem interpretações correctas e generalizadas de resultados da Matemática Aplicada e até de outras ciências. Estou a pensar por exemplo na aplicação da Teoria dos Grupos e seus resultados à Física.

Parece-me que a teoria tem que estar mais avançada que as suas possíveis aplicações, no nosso caso, a Matemática Pura tem que servir de apoio sólido à Matemática Aplicada, permitirá justificar os resultados desta, sugerir muitas vezes caminhos diferentes, problemas novos, etc.. É evidente que a investigação em Matemática Pura também poderá ser incrementada por problemas levantados na Matemática Aplicada. Há uma interligação entre elas, embora por vezes pareça que caminham afastadas!

J.P. - Embora a actividade científica seja importante, exagerar a sua importância não pode deixar de ser prejudicial à sociedade, por dar inevitavelmente origem ao aparecimento de uma nova classe privilegiada de técnicos e cientistas e conduzir ao desinteresse pelo ensino. Ora, o ensino é, sem dúvida, uma actividade de máxima utilidade social, que importa estimular.

O MOCHO - De que maneira é que se pode incrementar o espírito da investigação científica aqui entre nós, particularmente desenvolvendo a capacidade de investigação nos docentes mais novos e nos alunos dos últimos anos? Acho que é uma pergunta importante: lembro-me de que ainda há pouco tempo o Secretário de Estado da Investigação Científica, Dr. Tiago de Oliveira, numa entrevista ao "Século Ilustrado", referiu precisamente esse ponto como fundamental para o avanço da actividade científica entre nós.

G.P. - O problema tem um certo melindre. Tenho uma certa atitude crítica relativamente a este ponto, porque a investigação de que nós falamos é uma investigação que normalmente é feita dentro das estruturas universitárias, mas com uma jurisdição não universitária. Os institutos ou os centros, normalmente estão dentro da Universidade mas são estruturas que não estão debaixo da alçada da Universidade, e é curioso salientar as contradições que isso levanta. Ultimamente diz-se que é necessário que entre o ensino e a investigação não haja muro nenhum, que é forçoso que as duas coisas avancem paralelamente e quem faz investigação deve ensinar e quem ensi-

na deve fazer investigação. Daí termos que ver se quem se inicia num processo de preparação para enveredar por uma carreira de investigação tem que estar sujeito a determinadas linhas e a determinadas questões. Este é forçosamente um problema que leva ao conceito de Escola e a verificar se a nossa Faculdade é ou foi uma Escola. Quase me atrevo a dizer que, na generalidade, os nossos Departamentos não funcionam como verdadeiras Escolas, mas como conjuntos de pessoas que trabalham a maior parte das vezes de maneira isolada. Acho que, quando há pouco abordamos o problema de se houve ou não quebra de produtividade na investigação nestes últimos tempos, as pessoas se preocuparam nessa fase precisamente em pensar nesse assunto e definiram certas linhas ou tiveram certas preocupações que até aqui, enfim, era difícil de encontrar. Se a Escola se fizer à volta de quem a faça haverá toda a possibilidade de incentivar aquele espírito. Há um esforço, ou suponho que há um esforço, para tentar conseguir que na investigação se introduzam mais pessoas, especialmente mais gente nova, mas eu não sei se em toda a parte há condições para isso. E a verdade é que, ou se criam essas condições e às vezes as próprias estruturas ou as pessoas que estão dentro delas devem fazer o esforço necessário para que isso seja alcançado. Senão, quando pensarmos em investigação nos nossos Departamentos, é em termos de a maior parte dos investigadores mais novos serem imediatamente enviados para centros estrangeiros onde se especializem. E esses ao voltar nem sempre vêm dar continuidade aos seus estudos em Portugal, precisamente por falta de meios, e ficam, como há pouco dizia o Doutor Providência, simplesmente como professores, transmitindo um certo tipo de conhecimentos mas em que as técnicas se perdem. É urgente e forçoso institucionalizar com eles cursos de pós-graduação dirigidos com prioridade aos futuros investigadores.

A.D. - A maior parte dos alunos de Biologia não segue o "ramo científico" até porque não temos capacidade de receber mais que 1-2 cada ano. Mas, mesmo os estudantes que se destinam ao ensino têm necessidade de conhecer a ciência como método de trabalho, para poderem transmitir aos seus próprios alunos a aprendizagem dos processos de investigação. No Curso de Biologia, as aulas tendem cada vez mais a colocar o aluno na situação do investigador, planeando e realizando trabalho experimental, para aprendizagem do método científico. Os dois grupos de trabalho, Biologia Celular e Agro-Ecologia, são duas escolas de formação de pessoal, ainda muito reduzidas.

O MOCHO - Escolas mesmo, ou ainda em formação?

A.D. - Em formação.

O MOCHO - Quer dizer que não existia nenhuma?

A.D. - O grupo de Biologia Celular na Zoologia teve praticamente início há menos de 10 anos, com a vinda do Prof. Pato de Carvalho e desenvolveu-se rapidamente. Faltar-lhes-á tal-

vez uma tradição para constituir uma verdadeira Escola. O grupo de Taxonomia-Ecologia tem uma tradição muito antiga, mas mantida pelo trabalho de investigadores quase sempre solitários; aqui faltará a constituição duma verdadeira equipa, produtora de trabalho de qualidade. Em ambos os casos, o funcionamento dos Centros propostos virá a constituir um factor decisivo para a consolidação destes dois grupos.

F.A. - É absolutamente necessário haver colaboração entre os alunos dos últimos anos, os docentes mais novos e os docentes com mais experiência, é necessário um intercâmbio entre a experiência e a inexperiência na investigação. Ao criar-se qualquer coisa de novo, está-se a associar de maneira diferente conhecimentos anteriores. Descobrir diferentes maneiras de associar é tarefa mais fácil e mais adequada a cérebros jovens, como se pode inferir da análise de currículos e correspondente ideia da maior parte dos cientistas. Consequentemente, a colaboração entre docentes com experiência, discentes dos últimos anos que já têm uma certa bagagem, e docentes novos, pode ser extraordinariamente frutífera. Agora, tem que haver condições para que na verdade haja frutos desse intercâmbio; essas condições poderiam ser concretizadas com a organização de cursos de pós-graduação em que, portanto, os alunos dos últimos anos, ao passarem a licenciados, se iniciassem nesses cursos de pós-graduação e tivessem mesmo um determinado período da sua vida em que se dedicassem à investigação, a tentar obter resultados novos. Depois enveredariam na docência ou na investigação, ou numa carreira conjunta. Julgo que é fundamental a existência de cursos de pós-graduação e a colaboração entre docentes com experiência, docentes ainda novos e discentes dos últimos anos.

O MOCHO - Acha que realmente existe uma Escola no Departamento de Matemática?

F.A. - Julgo que aqui em Coimbra não podemos dizer que haja uma Escola de Matemática. Basta pensar, dentro da Matemática, no número de docentes doutorados e que portanto tenham bagagem suficiente para orientar os docentes que estão a entrar e os discentes que estão quase a concluir.

J.P. - A resposta a esta pergunta está em parte contida no final da resposta dada à segunda pergunta. Seria utópico pretender que os alunos participassem activamente na investigação a não ser, evidentemente, os alunos dos cursos de "pós-graduação". O que é necessário é que o ensino se processe de modo a estimular nos alunos o desenvolvimento do espírito crítico, da imaginação criadora e da independência intelectual, o que de facto pressupõe, em certa medida, a iniciação na investigação científica.

A fim de incrementar a investigação científica, parece-me que seriam apropriadas as seguintes medidas:

- incentivar os projectos de investigação mais fecundos
- criar cursos de pós-graduação.

S:F. - Este tema é extremamente importante dentro da realidade que actualmente vivemos e nos meses que se vão seguir surgirá uma resposta às questões formuladas. Da resposta encontrada vai depender em muito o desenvolvimento científico de Portugal e consequentemente o futuro de todos os portugueses. Permitam-me que sobre o tema teça algumas considerações. Começo por dizer que num Estado que se pretende moderno se tem de definir o papel da Universidade. Tem-se confundido entre nós Universidade com Escola Superior, o que não é uma mera questão terminológica. Na segunda supõe-se ser a sua vocação a transmissão de conhecimentos considerados de nível superior. Na Universidade, assim é entendida no mundo "civilizado", pretende-se ir além do conhecimento existente, fazendo investigação. É ponto de alcance estratégico que para já, em Portugal, se clarifique a confusão existente.

Segunda questão: a primeira condição para pretender institucionalizar honestamente a investigação em Portugal é melhorar extraordinariamente o ensino universitário. Todos ou quase todos os que têm pretendido alcançar o doutoramento no estrangeiro sentiram a extrema dificuldade e o grande esforço de que se revestem os primeiros anos de contacto com a realidade científica existente no País para onde vão. É pois necessário e urgente que se definam as opções essenciais em relação à Universidade. Se há outros valores mais importantes que os ligados à investigação que devem ser defendidos, então que se o diga e se acabe com as ambiguidades existentes. Se, por outro lado, se afirma que a investigação é fundamental, então há que assumir as responsabilidades e a coerência daí derivada. Há que criar as condições para que daqui a uns 10 ou 15 anos exista uma quantidade apreciável de investigadores. Como fazer? Definir núcleos em torno das poucas pessoas que neste País sabem alguma (pouca) coisa de Ciência. E os jovens com qualidades de inteligência, imaginação e trabalho que se lhes vierem juntar, muito em breve sobrepassarão os seus iniciadores. Julgo ainda que a investigação não pode ser defendida pela Universidade em termos autofágicos: para formar professores que a própria Universidade devora. Nada disso. Os investigadores formados devem ir para institutos ligados aos diferentes sectores da vida nacional onde irão dar resposta moderna e científica aos problemas que vão surgindo.

Outra grande contradição existente e relacionada com este assunto é de natureza subjectiva, de atitude dos estudantes. Quando pergunto a estudantes de Ciências ou de Engenharia se estariam dispostos a verificar os seus conhecimentos em função de testes ingleses, a sua resposta é que não, porque aqui não é a Inglaterra. Mas então como compreender, aceitar e utilizar televisões, carros e computadores que são a expressão de uma tecnologia científica evoluída? Há pois que mudar de atitude e tem o estudante português que admitir e sentir que tem de saber tanto como o inglês, francês ou russo. Sem isto, nada feito.

E para terminar abordo o problema dos assistentes. Julgo que a este respeito nada se

progrediu. Entende-se ainda que a Faculdade é um local onde se matricula um número indeterminado de alunos que têm de ter um certo número de aulas garantidas por um certo número de docentes de modo a respeitar uma certa relação aluno/docente imposta pelo orçamento. Daqui decorre anualmente um certo quantitativo de assistentes para satisfazer as necessidades burocráticas da Faculdade e os anseios, aliás legítimos, de quem quer governar a sua vida com o título de bacharel ou licenciado. A concepção de assistente que emerge deste estado de coisas é antagónica ao desenvolvimento da investigação. Se achamos importante haver investigadores em Portugal deve a pouco e pouco fazer-se basear o recrutamento de pessoal para a Faculdade noutra filosofia. Quem vem para "assistente" virá fundamentalmente para fazer investigação (situação semelhante ao "research student") e auxiliará acessoriamente nas tarefas docentes. Isto ao invés do que actualmente acontece: dá-se a "profissionalização" como docente e depois, se houver condições, se as estruturas não falharem, e não sei que mais, far-se-á investigação. Só que o assistente que aqui entra agora é, já de si, um dos elementos mais importantes da estrutura. Penso que este ponto merece bastante reflexão, tendo-se sempre em atenção os justos interesses e desejos das pessoas envolvidas. E é tudo, o que de certo foi bastante. ■

(continuado da pág. 20)

... .. "Todos nós sabemos que os exames são a parte ingrata (de certo modo negativa) do ensino; praticada em excesso, acaba por massacrar docentes e discentes, fatigando-os inutilmente, tirando-lhes a vontade para o trabalho construtivo, levando-os por vezes a execrar a ciência e os cérebros que a geram.

É evidente que se trata de um mal necessário, mas por isso mesmo, porque é um mal, conviria reduzi-lo ao mínimo necessário". ...

... .. "A Matemática não é tudo, está muito longe de ser tudo. O matemático deve sempre evitar o perigo da deformação profissional, que pode ser nociva para a própria actividade científica. Nas horas vagas, o seu espírito deve orientar-se para outros domínios: procurar na arte, na literatura, na filosofia, um equilíbrio que foi perturbado. E ter presente um conselho de Hume: sê um filósofo, mas no meio de toda a tua filosofia, sê ainda e sempre um HOMEM. ..."

... .. "O universo não é apenas a máquina, é também vida é também evolução; não é apenas causalidade, é também finalidade. Ao estudar o mundo empírico, o homem esqueceu-se dum pormenor essencial, irreduzível a formas matemáticas — que é ele mesmo, homem com tudo o que nele se contém de infinito. Não se mecaniza a vida, não se logifica o sentimento, não se automatiza o espírito livre e criador. Não se resolvem problemas sentimentais por meio de equações, e ainda bem que tal não é possível." ... ■

plunk

o dinossauero

carlos fiolhair 1972

