



# O MOCHO

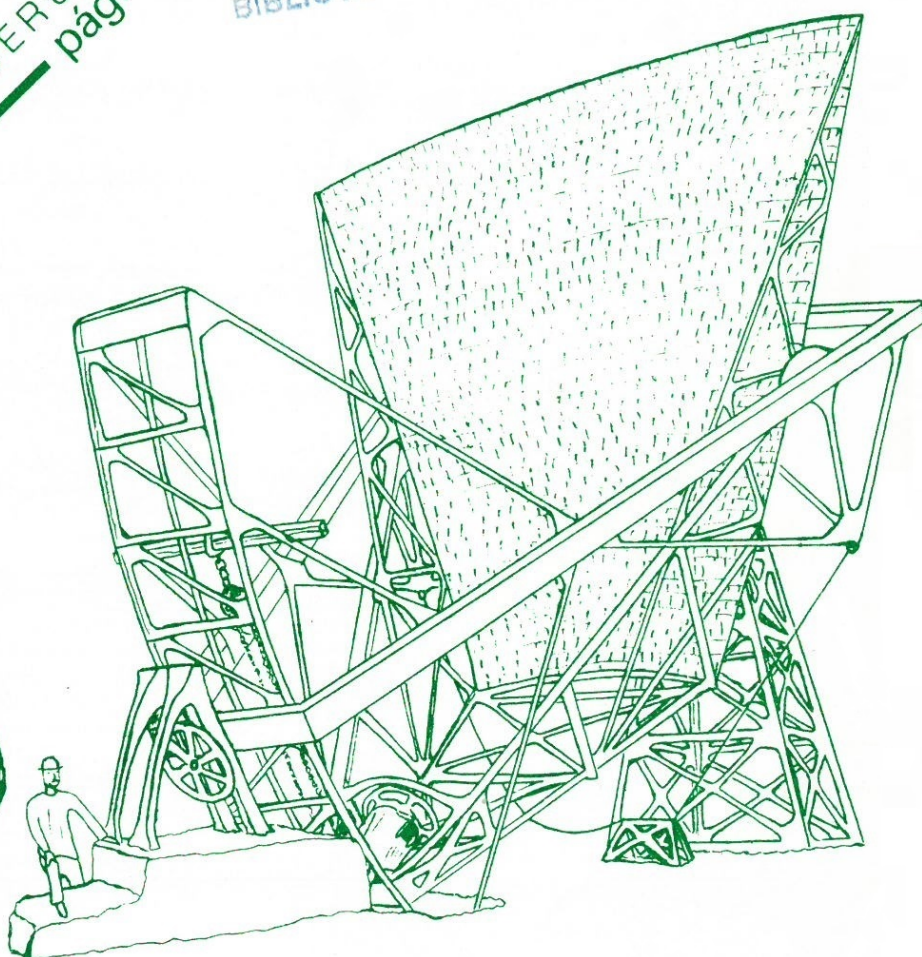
REVISTA DE ESTUDANTES DA F.C.T.U.C.

nº 5

dezembro 1978

**A MATEMÁTICA  
NO ENSINO SECUNDÁRIO**  
PROF. LUÍS DE ALBUQUERQUE pág. 5

UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS  
BIBLIOTECA MATEMÁTICA



## O PADRE HIMALAIA

# EDITORIAL



NUMERUS CLAUSUS? NÃO, OBRIGADO!

**O MOCHO**

REVISTA DE ESTUDANTES DA FACULDADE  
DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA  
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Nº 5

DEZEMBRO 1978

Redacção: Biblioteca - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA -  
COIMBRA

Equipe Coordenadora: Ana Isabel Rosendo, António  
José Leal Duarte, Carlos Fiolhais,  
Emília da Conceição Pedrosa Duarte,  
João Filipe Queirô, João Gabriel Silva,  
Maria Isabel Fraga Alves.

Composição e Impressão: Serviço de Textos da U-  
niversidade de Coimbra.



## sumário

Observatório Sísmico de Coimbra	pág. 3
Programas de Matemática do Ensino Secundário	5
Determinismo e Indeterminismo	7
Biografia do Padre Himalaia	9
G.I.D.C.	11
Inquérito	12
Alguns princípios da Mecânica Clássica	14
Cálculo das Probabilidades e Estatística Matemática	17
Humor	19
Relatório de um treino de férias	21
O que é o $\Pi$ ?	22
1º Encontro de Coimbra da S.P.M.	25
Ponto de Interrogação	27



O numerus clausus é uma expressão que, embora proveniente de uma língua morta, persiste em continuar viva no quotidiano das nossas preocupações.

A sua última e mais aberrante manifestação situa-se no acesso aos ramos educacionais dos cursos de ciências. E há até quem invoque, em abono da tese ministerial, que os candidatos excedentários da capacidade dos quartos anos educacionais podem ingressar nos quartos anos científicos. Não precisam explicar, nós só queremos entender:

Será que se descobriu inopinadamente, no começo deste ano lectivo, que a sociedade portuguesa tem professores do liceu a mais e cientistas a menos?

Será que, mesmo admitindo a asserção anterior como verdadeira, os actuais candidatos aos ramos educacionais são responsáveis pelo referido desequilíbrio sócio-profissional?

Será que os estudantes universitários não têm a prerrogativa de participar activamente na modificação das regras respeitantes à sua actividade e ao seu futuro?

Será que os decretos e despachos superiores têm sempre implacavelmente de colidir com o normal funcionamento da vida escolar?

Enfim, consolemo-nos com o facto de a redacção de "O MOCHO" ser dos poucos sítios onde não existe numerus clausus. Que venha quem quiser, porque a ficha aqui ao lado está mesmo a necessitar conveniente remodelação. São da participação empenhada de bastante gente poderá a ideia inicial prosperar em imaginação e a revista a ser um pontapé bem dado na pasmaceira em viçor.

"Enquanto se capa não se gaita" - observava, nos conturbados tempos em que começámos, um conhecido prof. desta faculdade. Mas as 144 páginas já publicadas demonstram, ainda que de forma rudimentar, uma pujança então insuspeitada. Vamos continuar a afirmá-la, de uma forma cada vez mais irrefutável.



Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores

NA CAPA: O padre Himalaia e o seu Pyrheliophoro  
(V. artigo pg. 9)



uma visita à

## ESTAÇÃO SÍSMICA DE COIMBRA

Continuando a sua ronda de reportagens na Faculdade, O MOCHO foi desta vez visitar a Secção de Sismologia do Instituto Geofísico. Tivemos oportunidade de conhecer as instalações da Secção e de observar a moderna aparelhagem que ali é utilizada. Connosco esteve o Dr. Fernando Vidal (F.V.), geofísico do Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica, actualmente a trabalhar na Secção de Sismologia, e que depois respondeu às nossas perguntas.

O MOCHO - Começaria por lhe perguntar o interesse que há na existência de Estações Sismográficas, como esta da Universidade de Coimbra.

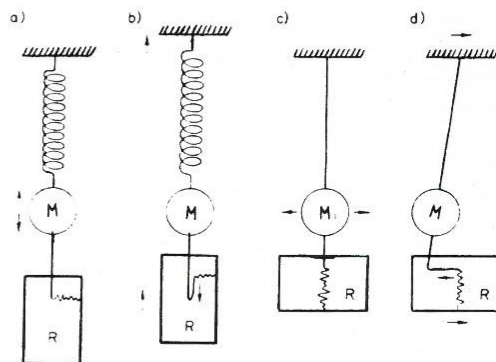
F.V. - Em boa verdade, os tremores de terra constituem para os seres humanos um assunto de maior importância, porquanto eles são a causa de consideráveis destruições materiais, e às vezes ameaçam a própria vida. Daí a necessidade do estudo e análise científica de um fenómeno que, nalguns casos, revela à superfície do Globo a imagem da violência proveniente de uma fonte energética a partir de um local no interior da Terra. A Sismologia veio, assim, a constituir a Ciência que investiga o tremor de Terra ou terremoto, agora designado por sismo. São as Universidades de Coimbra, Porto e Lisboa que montam as primeiras Estações Sismográficas, seguindo-se, através do actual I.N.M.G., a de Faro, Manteigas, Serra da Arrábida, mais três nos Açores e uma no Funchal, no total de 10 estações.

A observação muito reduzida dos Sismos pela utilização do método instrumental (sismógrafo) data do início deste século, contando-se hoje por milhares o número de estações existentes no mundo. Os sismógrafos vieram possibilitar a transformação da sismologia numa ciência, não só na forma descritiva da natureza, mas também uma ciência físico-matemática. Hoje é tão difícil compreender-se a sismologia sem sismógrafos como a astronomia sem telescópios.

O MOCHO - Depois da visita à Estação Sismográfica suponho que seria útil começar por nos esclarecer sobre as características e o funcionamento dos sismógrafos, e a análise dos resultados obtidos com os sismogramas.

F.V. - De facto, quando ocorre um sismo de certa grandeza, acontece que a partir da fonte sísmica se geram ondas elásticas que irradiam em todos os sentidos, no interior do Globo. Assim, um sismógrafo colocado em qualquer ponto à superfície do solo vai permitir-nos o registo da chegada ou passagem dessas mesmas ondas. Obviamente, tudo o que estiver em ligação com a Terra, como edifícios, pilar do sismógrafo, a própria armação do sismógrafo, etc., toma parte neste movi-

mento; contudo, algo como um "ponto fixo" terá que não tomar parte neste movimento, para desse modo estar apto para o respectivo registo, conforme o esquema (para o pêndulo vertical a) e b) e para o pêndulo horizontal c) e d) - antes e depois do deslocamento do solo).



Naturalmente que este modelo simples foi transformado introduzindo-se-lhe um sistema de amortecimento de período conveniente (1 seg. para sismos próximos, até 1.000 Km da Estação, e 15 a 20 seg. para os distantes) e com a amplificação (relação entre amplitude do registo e amplitude do movimento do solo) que se pretende. Modernamente, os sismógrafos utilizam técnicas baseadas em processos electro-magnéticos, e surtem, agora, sismógrafos digitais com registos de saída em fita magnética. Aqui obtém-se a vantagem de analisar o registo do sismo em frequências desdobradas. As ondas sísmicas dos diferentes tipos (ondas de volume, superficiais) apresentam-se no sismograma, naturalmente, com características próprias, que nos vão permitir identificá-las e determinar os tempos de chegada. A teoria da elasticidade pode-nos transmitir uma completa informação sobre estas ondas, permitindo-nos até o cálculo da respectiva velocidade de propagação, conhecida a densidade do meio.

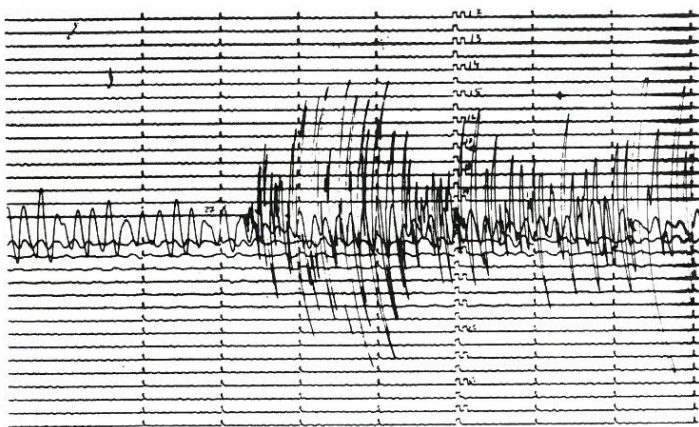
Durante a propagação no interior da Terra, determinadas ondas (de volume) seguem as leis da Óptica, nomeadamente o princípio de Fermat e a lei de Snell. A análise do sismograma permite-nos determinar os parâmetros que definem o acontecimento sísmico, e que são a latitude e a longitude do epicentro, a profundidade



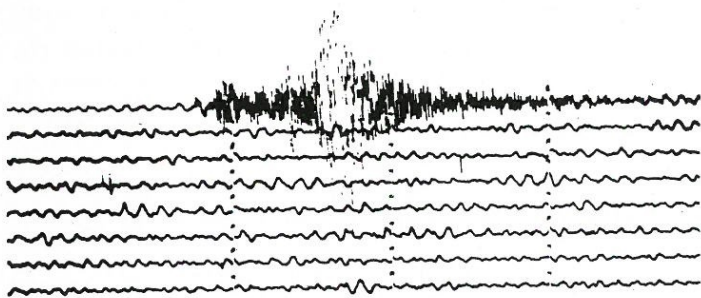
do foco, o tempo do acontecimento na origem (foco) e a grandeza do sismo (que se designa por magnitude ou energia da onda sísmica).

As análises, depois de compiladas nos Boletins Sismológicos, são canalizadas para os dois principais centros sismológicos mundiais, Estrasburgo e Washington, onde, utilizando computadores, se procede à determinação dos parâmetros acima referidos, com base na informação recebida. O INMG é a entidade nacional que se encarrega de levar a informação das nossas Estações até aos referidos centros.

De seguida reproduzem-se dois sismos:



*Início de um sismo distante: Romênia, 4 de Março de 1977. Magnitude - 7,2. Profundidade - 94 Km. Distância epicentral - 2500 Km.*



*Sismo próximo: 7 de Janeiro de 1978. Distância epicentral - 400 Km (próximo de Madrid).*

O MOCHO - Neste momento, se concordar, talvez fosse oportuno esclarecer-nos sobre o mecanismo dos sismos, a diferença entre intensidade e magnitude, e a existência de zonas sísmicas em Portugal.

F.V. - Consistindo de energia em movimento, um sismo ocorre quando a litosfera parte ao longo duma discreta fractura superficial, o que pode suceder em alguma falha geológica anteriormente identificada. Tudo isto terá vindo a ser precedido por um gradual aumento das forças de pres-

são aplicadas nas faces da falha, acabando por destruir o equilíbrio e, consequentemente, provocar um escorregamento, ou um deslocamento do terreno à superfície do solo. Os efeitos sentidos pelas pessoas ou produzidos à superfície num determinado local são classificados numa escala de I a XII graus, designando uma ordem de intensidade. A magnitude, por seu lado, é uma grandeza referida ao foco e calculada em função da amplitude e do período obtidos no sismograma.

Por exemplo, a uma intensidade de grau VI na região do epicentro correspondente uma magnitude (ordem de grandeza da energia libertada no foco) de 5 e a uma intensidade de Grau XI uma magnitude de 8,3.

Em Portugal, a sismicidade é mais acentuada a sul do Rio Tejo. Por outro lado, os sismos com epicentro na extensa falha que se desdobra do Cabo S. Vicente até aos Açores são, por vezes, fortemente sentidos. Está neste caso o de 28 de Fevereiro de 1969, com o foco a 22 Km de profundidade, com intensidade máxima VII (registada em Cádiz) e com magnitude 8,0, o que corresponde a uma energia de  $10^{23}$  ergs; recorde também que a magnitude máxima registada até hoje em todo o mundo foi de 8,8.

O MOCHO - *Existem aplicações práticas da sismologia?*

F.V. - Existem, e muito diversificadas. Apenas referimos a prospecção geofísica, a medida de vibrações, a engenharia civil, a previsão sísmica, a detecção dos testes nucleares, etc.

Com a prospecção sísmica estudam-se formações geológicas, detectam-se jazigos de petróleo, sal, minerais, etc. Um dos métodos utilizados é a reflexão ou a refração das ondas provocadas por uma explosão subterrânea.

A detecção das explosões nucleares tornou-se hoje uma importante tarefa da sismologia aplicada.

A previsão dos sismos, investigada desde há longo tempo no Japão e nos Estados Unidos, tem baseado a sua experiência na vigilância de deformações lentas do solo, mais acessíveis ao registo instrumental. As dificuldades de reconhecimento do movimento evolutivo nas zonas de fractura, e outros aspectos científicos, vão adiar para data distante uma resposta concreta a este problema. Também alguma coisa se consegue no campo da prevenção, utilizando explosões ou introduzindo materiais que irão desencadear forças expansivas, provocando pequenos sismos numa zona em que isso pode ocasionar um sismo violento, como se fosse um processo de fraccionamento.

Para finalizar, como bem deve ter sentido, apenas nos foi possível traçar uma panorâmica muito reduzida da actividade aqui desenvolvida, e das questões que nos são propostas pela Sismologia. No entanto, e se for do vosso interesse, dispomo-nos a colaborar no desenvolvimento dos assuntos aqui abordados.



# PROGRAMAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO SECUNDÁRIO

LUÍS DE ALBUQUERQUE

(Prof. catedrático de Matemática)

1. Mesmo quem esteja menos atento nota que, nos actuais programas de Matemática do ensino secundário, em especial no curso complementar, existe uma sobrecarga de formalismo dispensável, senão mesmo nocivo para os níveis estáveis dos alunos desses cursos.

O assunto tem sido muito discutido, até em reuniões internacionais; em geral reconhece-se que tal característica advém das exigências dos capítulos da Matemática que se desenvolveram nos últimos cinquenta anos (programação linear, cálculo computacional, simulação, etc.) que poderão exigir novos conhecimentos a nível das Matemáticas secundárias. As experiências feitas em alguns países (lembro o caso da Roménia) mostram que o princípio está correcto, mas também mostram que de facto a acusação de formalista ao programa português também não será errada. Na verdade neste País os alunos de matemática secundária são levados a estudar, por exemplo, estruturas algébricas (como as de semigrupos e de grupos), mas em correlação directa com aplicação a casos concretos (para citar um caso diremos que a teoria dos grupos é apresentada em ligação com problemas de cristalografia), isto é, sem se passar em claro qualquer indicação que persuada o aluno do interesse prático do que é obrigado a aprender. No nosso programa é, se não erro, introduzida a noção de grupóide; e que faz depois o aluno com a noção adquirida? Suponho que não torna a ouvir falar de grupóides; a noção foi-lhe apresentada inutilmente - é uma *noção para esquecer*. Por consequência, segundo a minha opinião, deveria ser eliminada do programa, como o deviam ser todas as noções de que não é dada ao aluno a possibilidade de medir o alcance.

2. É, todavia, necessário observar que nem todos os países adoptaram uma modernização do ensino da Matemática como fez a Bélgica ou a França. Os programas da República Democrática Alemã, da União Soviética, da Checoslováquia mantêm o modelo clássico com algumas poucas actualizações. Direi breves palavras sobre o caso da RDA, que conheço mais de perto. Por estranho que possa parecer não se encontra em qualquer dos compêndios destinados às 12 classes de ensino obrigatório um capítulo especial dedicado à teoria dos conjuntos (que, todavia, vai sendo apresentada à medida das necessidades, mas de um mo-

do muito sumário); o mesmo se pode dizer a respeito da noção de relação binária (em especial relações de equivalência e relação de ordem), de que não é apresentada qualquer teoria "in abstracto"; ou repetir-se a respeito dos números complexos, que são naturalmente introduzidos nas formas  $a+ib$ ; com as quais se ensina a operar, sem se esboçar qualquer teoria a partir de pares ordenados de números reais, para se mostrar que  $\mathbb{R}$  é isomórfico a uma parte desse conjunto; etc. Estas duas últimas observações são igualmente válidas para os programas do ensino unificado da URSS, e aqui os pedagogos defendem-nas com fundamento na opinião de especialistas, como me foi explicado na Academia de Ciências Pedagógicas de Moscovo: tal teoria é por eles considerada desnecessária e prematura a nível do ensino secundário.

3. Se depois do que vem de ser dito me for perguntado se existem duas maneiras diferentes de encarar o ensino da Matemática elementar, terei de responder afirmativamente. De facto, nos compêndios em vigor na RDA (continuo a basear-me no que melhor conheço) é nítida a preocupação de construir a Matemática *do concreto para o abstracto*, e isto mesmo a nível do ensino primário; de facto, quem ler mesmo os compêndios em tal país adoptados para este grau de ensino, verificará que o abstracto é atingido depois de passos seguramente dados no domínio do concreto, que ocupam exclusivamente as classes iniciais. Este princípio continua a dominar nos anos correspondentes ao nosso ensino preparatório e secundário, onde há um constante cuidado de fundamentar as noções no concreto ou, nas classes mais avançadas, de imediatamente as concretizar, quando são apresentadas em sentido abstracto; assim acontece, por exemplo, com a noção de espaço vectorial, que é imediatamente concretizada em  $\mathbb{R}^2$ , servindo de suporte ao estudo da geometria analítica plana. Deve ser sublinhado que, neste caso, não se fala de operação interna abstracta, por exemplo; trata-se logo da adição como ela é apresentada para dois vectores em Física, recorrendo-se exactamente a esta disciplina como exemplificadora.

O segundo modo de ensinar matemática pre valece-se exactamente do mesmo princípio, mas de um modo algo artificial, porque as concretizações não são tiradas em geral da vida corrente



que o aluno conhece, mas de casos, figuras e modelos que nada têm a ver com ela. A transposição desse falso concreto para o abstracto é feito, de um modo geral, como se fosse um salto de desconhecido. Poderia citar aqui o exemplo da noção de aplicação, apresentada exaustivamente através de diagramas "sagitários" sem que o aluno jamais se aperceba do fundamental da noção.

Sem dúvida que estamos em presença de duas filosofias diferentes para o ensino da Matemática, e sem dúvida também que aquilo a que poderíamos chamar doença do ensino da mal dominada "matemática moderna" é *enfermidade* que atingiu poucos países, e em alguns deles já deixou de ter carácter *epidémico*... Mas também é verdade que ainda há poucos meses ouvi da boca de um professor de um desses países afirmar-me que o ensino da Matemática facilitava o progresso de conhecimentos da língua materna aqueles que a seguiam. A minha objecção a estes dizeres teve dupla expressão: primeiro, desejaria saber se um aluno bem ensinado em Matemática por outra via, não estaria igualmente em condições de progredir noutras disciplinas, pois desde sempre se reconheceu que a aprendizagem da Matemática é formativa (e já Descartes falava de como nela eram necessários raciocínios claros e precisos); em segundo lugar perguntei o que iam fazer no futuro os alunos que não ultrapassassem o ensino secundário com tal tipo de Matemática, e quais as facilidades que por esse caminho vinham a encontrar aqueles que ingressavam em estudos universitários. Eis dois pontos bastante controvertidos que seria bom termos presentes numa reunião deste tipo.

4. Outra surpresa que os nossos professores encontrarão nos programas dos países que citei é a ausência de uma exposição sistemática de noções da chamada "lógica matemática", que mais não são do que os princípios de uma lógica formal. O assunto está absolutamente banido de tais programas, mas isso não quer dizer que o aluno não seja levado a ocupar-se de questões de lógica bem mais importantes, em minha opinião. Assim, por exemplo, faz-se uma análise cuidada do significado que tem uma condição necessária e suficiente e sobretudo (para isso queria chamar em especial a atenção), estrutura-se de maneira inteiramente satisfatória a definição ou a demonstração por indução completa. Este capítulo, incluído no programa do ano correspondente ao nosso 1º complementar, pode-se dizer modelarmente apresentado. Começa por demonstrar por absurdo o teorema em que tal tipo de definições ou demonstrações se baseia, e, depois utiliza-a em inúmeros casos. Assim  $n!$  é definido por indução, são dadas demonstrações do mesmo tipo para a fórmula do quociente  $\frac{a^n - b^n}{a - b}$ , soma de  $n$  termos de uma progressão aritmética, etc. No decorrer desse ano e no ano imediato são inúmeras as demonstrações por indução (por exemplo: prova-se por esta via que  $2^n > n$ ; a expressão da derivada de  $x^n$ ; etc.). Não me lembro de em nenhum compêndio ter jamais encontrado um aproveitamento tão largo deste género de prova matemática.

5. Mas quem se der ao trabalho de analisar os programas adoptados nesses países, encontrará sem dúvida muitos outros motivos de surpresa. Citarei apenas mais um caso, para não me alongar demasiado. Enquanto que nos nossos programas do curso complementar se perde muito tempo e com êxito muito incerto (para não dizer fracasso quase garantido) na exposição da análise combinatória, verifica-se nos programas da RDA, da Checoslováquia e da URSS que o assunto é completamente banido; não porque não tenha interesse, como é evidente, mas porque o não tem de imediato e é considerado de complexidade que leva a remetê-lo para o ensino superior. É evidente que deste modo os alunos do ensino secundário ficam privados de saber, salvo por experiência directa, de quantos modos diferentes  $n$  pessoas podem sentar-se à mesa; mas não creio que tal falta de conhecimentos seja gritante; compensam-se bem com uma aprendizagem de cálculo integral aplicado, que bem mais útil lhes será. Perguntarão, e a pergunta é pertinente, se também se passa em claro a expressão do binómio de Newton, motivo essencial pelo qual se inclui (creio eu) a análise combinatória nos programas liceais; não é assim; o ensino do desenvolvimento do chamado binómio de Newton remedeia-se mais uma vez por recorrência, depois de se definir o símbolo  $\binom{n}{k}$  e de verificar duas das suas propriedades importantes  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$  e  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ .

6. Não advogo o tipo de programa que motivou estas notas sem um estudo aprofundado do assunto. Já o fiz com colegas de Cabo Verde e concluiu-se da sua conveniência para a formação de estudantes com melhor preparação Matemática de base. Isso parece-me de interesse; mas penso que se devem fazer nesse sentido experiências sérias, e não com "amostragens" viciadas desde o início, como aquelas que ditaram o domínio da "matemática moderna" no nosso País. Não me consta que naqueles países onde está em vigor o modelo de ensino de "matemática clássica" tenham falta de matemáticos de bom nível e de técnicos competentes. Sem dúvida que eles também ainda não faltaram nos países adeptos da "matemática moderna"; com a ajuda dela ou a despeito dela? No caso concreto do nosso País eu diria que a despeito dela: todos os que têm experiência de ensino universitário sabem das dificuldades que os seus actuais alunos experimentam em dois campos: agilidade de cálculo e no estudo da análise infinitesimal; se a primeira falha já há muito se fazia sentir (embora em menor escala), a segunda apareceu com a miraculosa introdução da "matemática moderna", que poderá continuar a ser ensinada, mas deverá ser completamente reformulada, para ser menos prejudicial ou passar a ser inócua.★

Comunicação apresentada no 1º Encontro Regional de Coimbra da Sociedade Portuguesa de Matemática (Setembro 1978).



# DETERMINISMO E INDETERMINISMO

## - UMA QUESTÃO POLÉMICA -

HELDER DE JESUS ARAÚJO

(39º ano de Eng. Electrotécnica)

A problemática do determinismo e indeterminismo que até princípio do nosso século se localizava fundamentalmente, se bem que não exclusivamente, em zonas do pensamento filosófico passou, de então para cá, a atingir um campo fundamental da ciência, o da física.

No final do século passado, aparentemente, todos os fenómenos físicos podiam ser classificados em duas categorias: a da "substância" e a da radiação, entendidas ambas como formas da matéria, realidade objectiva. Por um lado, e como Dalton, aceitava-se que a "substância" era constituída por átomos, retomando para a designação dos elementos constitutivos da "substância" a terminologia de Demócrito. Aliás, experiências então recentes pareciam provar a estrutura corpuscular da própria electricidade. Existia assim a convicção de que a "substância" era formada à base de corpúsculos, entendidos estes como objectos individualizados no espaço que os contém. Por outro lado havia a categoria de fenómenos respeitantes à radiação, de que a luz constituía um dos mais espectaculares exemplos. De facto, Maxwell havia demonstrado, cerca de 1865, que a luz devia ser interpretada como um conjunto de ondas electromagnéticas propagando-se num meio contínuo (o éter) o qual preenchia todo o espaço. Realmente, uma onda e um corpúsculo parecem ser duas entidades bastante distintas, uma vez que a onda possui uma natureza contínua, enquanto que, o corpúsculo pelo contrário apresenta uma natureza descontínua. Por isso mesmo a divisão dos fenómenos físicos então conhecidos nessas duas classes diferentes parecia legítima e bastante válida. Ora, por volta de 1905, constatou-se que quando se fazia incidir um feixe de luz num átomo se verificavam certos fenómenos que pressupunham um comportamento da luz cuja razão só podia ser encontrada admitindo uma estrutura corpuscular da luz. Mais tarde verificou-se que também o electrão possuía simultaneamente estrutura corpuscular e ondulatória uma vez que um feixe de electrões incidindo sobre um cristal produzia anéis de difracção, propriedade característica de uma onda. Provou-se que o comprimento de onda associado ao electrão está relacionado com a sua quantidade de movimento pela fórmula:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$\lambda$  - comprimento de onda associado ao electrão  
 $p$  - quantidade de movimento do electrão  
 $h$  - constante de Planck.

A questão de dualidade onda-partícula veio trazer bastantes dificuldades aos físicos de então, e foi, aliás, tema polémico.

É então que surge o famoso "princípio da incerteza" enunciado por Heisenberg. De acordo



WERNER HEISENBERG



com esse princípio, o produto do erro cometido na determinação da posição de um corpúsculo, pelo erro cometido na determinação da sua quantidade de movimento, não pode, em caso algum, tornar-se inferior à constante de Planck. Como a quantidade de movimento é proporcional à velocidade, segue-se que todo o acréscimo de precisão na determinação da posição de um corpúsculo acabaria, a partir de certa altura, por acarretar um decréscimo de precisão da medição da velocidade, e reciprocamente. Quando muito podemos determinar a probabilidade de encontrar o corpúsculo em determinada região. Vejamos um raciocínio elementar que nos conduzirá a uma melhor compreensão do princípio de Heisenberg. Tentemos observar um electrão na sua trajectória. Para isso teremos que fazer incidir luz sobre ele. Contudo uma dificuldade surge: se quisermos determinar a sua posição com rigor, devemos utilizar luz com um comprimento de onda pequeno, portanto bastante energética, que, necessariamente, irá alterar a velocidade do electrão. Se utilizarmos uma luz menos energética o electrão terá a sua velocidade menos perturbada, mas teremos então uma incerteza quanto ao lugar que ele ocupa no momento da observação. Em suma: é impossível por princípio determinar simultaneamente a posição e a velocidade do electrão. A intervenção da constante de Planck no "princípio da incerteza" é fundamental e, aparentemente, veio limitar a precisão de toda a observação humana.

A ciência assenta no facto de que existem leis da natureza que tornam possível a previsão de certos efeitos a partir dos conhecimentos dos dados de certas causas. No início do nosso século a convicção de que, pelo menos em princípio, se podia determinar com precisão tão elevada quanto se quisesse as causas que intervêm em dado fenómeno e de que esse conhecimento preciso das causas implicava um conhecimento também preciso de efeitos, era operante no pensamento de muitos cientistas. É esta concepção asente numa ligação estreita entre causas e efeitos, por intermédio das leis, que se designa genericamente por determinismo, não obstante a existência de duas correntes, deterministas distintas. Depois do aparecimento do princípio de Heisenberg houve quem pensasse que o determinismo tinha sido posto em causa, uma vez que, para além de certas fronteiras, não era possível conhecer com tanta precisão quanta se desejasse as causas que intervinham nos fenómenos. Desta forma e uma vez que o conhecimento preciso de certas causas, impedia o conhecimento de outras com razoável grau de precisão, tornava-se impossível determinar rigorosamente os efeitos. As leis físicas não podiam fazer mais do que determinar a probabilidade de que determinado efeito se realizasse. Assim pensaram muitos físicos que foram levados a postular um indeterminismo fundamental na Natureza. A partir de então esteve em causa algo que foi classificado de "crise" da Física. Alguns físicos (Eddington e Dirac, por exemplo) pretendiam ver nas relações de indeterminação descobertas por Heisenberg a confissão pela Física da limitação do conhecimento científico e da falência do determinismo. Na altura houve mesmo quem afirmasse que esses

progressos da Física provavam a não existência de um mundo real independente do pensamento e que a causalidade e o determinismo apenas poderiam ser encontradas no nosso espírito. Como é natural, o impacto destas descobertas da Física, e as especulações que desde logo se teceram em torno delas, transcenderam a região do conhecimento onde se tinham originado, para atingir os domínios da filosofia (onde, aliás, e no que se refere a determinismo e indeterminismo, não constitui novidade).

Contudo houve várias vozes que se levantaram contra tais leituras das descobertas então recentes, sobressaindo entre elas a de Einstein. Pretendia ele que a descrição dos fenómenos feita pela mecânica quântica era incompleta. Dizia Einstein (\*):

*"Na minha opinião, a teoria dos quanta não parece capaz de fornecer um fundamento útil à física. Cai-se em contradições quando se tenta considerar a descrição teórica quântica como uma descrição completa do sistema físico individual, ou do acontecimento individual."*

*Por outro lado, a teoria do campo não foi capaz, até agora, de dar uma explicação da estrutura molecular da matéria e dos fenómenos quânticos. Todavia mostrou-se que a convicção, segundo a qual a teoria do campo é incapaz de fornecer, pelos seus métodos, uma solução para estes problemas, se baseia num preconceito."*

Para Einstein, pois, o problema residia na insuficiência da mecânica quântica, que carecia de ser completada mediante a sua recondução a parâmetros ocultos, tendo em conta a existência na Natureza de variáveis ainda não acessíveis ao conhecimento.

De facto, e contrariamente à convicção de muitos, não se tratou de uma crise do determinismo em geral, mas antes da insuficiência do mecanicismo utilizado na representação do domínio em causa, então novo. O espírito humano transpusera apenas mais um limite na interpretação das leis da natureza. A exploração do domínio atómico trouxe muitos factos e fenómenos novos e tentou-se a extrapolação das concepções do electromagnetismo e da mecânica clássicos para essa nova escala. Verificou-se então que os conceitos do determinismo mecanicista de Laplace não conduziam a resultados satisfatórios no domínio microscópico, não obstante o seu sucesso no domínio macroscópico. Não se tratou da falência do determinismo em geral, mas sim do determinismo mecanicista. Concluiu-se, pois, a inadequação da representação do mundo atómico através da concepção mecanicista do corpúsculo móvel. O progresso da Física implicou o abandono do modelo clássico da causalidade determinista, segundo o qual uma contingência objectiva não poderia ter lugar na realidade. Concluindo, poder-se-á dizer que a existência das leis estatísticas mostram que se as contingências obedecem, no seu conjunto, a uma lei determinada, não pode haver qualquer caos de fenómenos, o que significa apenas uma nova concepção de determinismo.★

(\*) Einstein - Conceptions scientifiques, morales et sociales. Flammarion.



# Manuel António Gomes

## Himalaia — padre e inventor

JOÃO GABRIEL SILVA

(49º ano de Eng. Electrotécnica)

### I - BIOGRAFIA

Nasceu a 9 de Dezembro de 1868, no lugar de Lage, freguesia de Cendute, Arcos de Valdevez, filho de Gomes António Fernandes e de Maria Joaquina, lavradores.

Terminou o curso do Seminário aos 22 anos, sendo ordenado no ano seguinte. Foi no seminário que lhe puseram a alcunha de Himalaia visto ser de elevada estatura, alcunha que adoptou e oficializou, e foi aí também que começou a interessar-se pelas ciências positivas. No entanto foi só em 1890, como reacção ao humilhante ultimato inglês sobre os territórios entre Angola e Moçambique, que foi chamado "*à realidade de do dever prático que me incumbia como filho desta incomparável terra portuguesa*", e que começou a debruçar-se sobre assuntos de interesse prático.

A sua primeira realização foi o pyrhelio phoro, um forno solar, que lhe granjeou o único grande prémio atribuído no campo da Física e Astronomia na Exposição Internacional de St. Louis nos EUA, em 1904. Este aparelho, embora fruto de uma ideia nascida em Portugal, foi desenvolvido em França onde o Padre Himalaia esteve a estudar variados assuntos entre 1899 e 1901, e só depois em Portugal, de onde partiu em 1904 para a referida exposição. É bom que se diga que esta ida a Paris conseguiu-a ele através de subsídios que lhe foram dados por particulares, e o mesmo se passou com a construção do pyrhelio phoro, e tudo o mais que ele construiu e tentou em seguida. Nunca qualquer governo, quer real, quer republicano, quer do "Estado Novo" lhe deu qualquer apoio.

Depois da exposição, a fama aí conseguida permitiu-lhe ficar nos Estados Unidos até 1906, e foi aí que ele concretizou outro dos seus grandes inventos: a himalaite, pólvora que apresentava imensas vantagens em relação à dinamite, tendo indusivamente sido convidado a naturalizar-se americano, para assim poder ficar a trabalhar para o exército dos EUA, o que recusou.

Durante as viagens que fez ao longo desse período, percorrendo os EUA, o pyrhelio phoro, que ele tinha deixado guardado num armazém em St. Louis, foi-lhe roubado, nunca mais tendo tido a possibilidade de o reconstruir.

Ao voltar a Portugal em 1906, fez experiências com a Himalaite em pedreiras da região de

Sintra, na presença do rei D. Carlos, não tendo apesar da superioridade demonstrada pela himalaite conseguido que o governo real decidisse a sua produção.

A 30 de Julho de 1908 é eleito membro da Academia das Ciências de Portugal. A esta Academia se dedica profundamente, tendo até 1916, sensivelmente, apresentado trabalhos a um ritmo que pressupõe uma actividade intensíssima.

Tentou entretanto industrializar a Himalaite: para isso, ao fim de muitos esforços, conseguiu em 1910 formar a Companhia Himalaite, com sede em Lisboa e fábrica em Palhais, Barreiro. No entanto, a culminar uma série de incidentes arreliantes, em parte devidos a revolução republicana, por volta de 1913 um incêndio destruiu a fábrica e com ela a Companhia Himalaite.

De 1920 a 1922 volta à América, onde aperfeiçoou vários inventos e estudou medicina e agronomia. Por volta de 1928 recebe um convite do Peru para aí por em prática o pyrhelio phoro, convite que aceita. No entanto o azar persegue-o: ao passar pela Argentina tem um envenenamento alimentar, que o obriga a ficar aí até 1932, quando regressa definitivamente a Portugal, e onde vem a morrer a 31 de Dezembro de 1933, como capelão do Hospital de Velhos e Entrevados de Viana do Castelo.

O P. Himalaia foi sempre extremamente dedicado ao seu país, pelo progresso do qual lutou intensamente; duma maneira geral sem resultado. E isto porque cometeu o crime de ser um padre liberal, o que fez com que antes de 1910 fosse mal visto por ser liberal, e depois de 1910 mal visto por ser padre.

### II - OBRA

#### a) PYRHELIOPHORO

A invenção que mais fama granjeou ao padre Himalaia foi, sem dúvida, o pyrhelio phoro (pyr-fogo; helio-sol; phoro-trago).

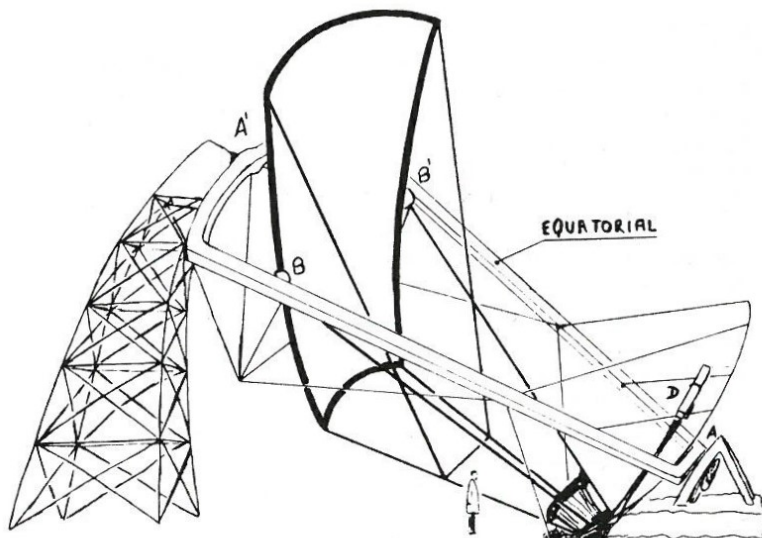
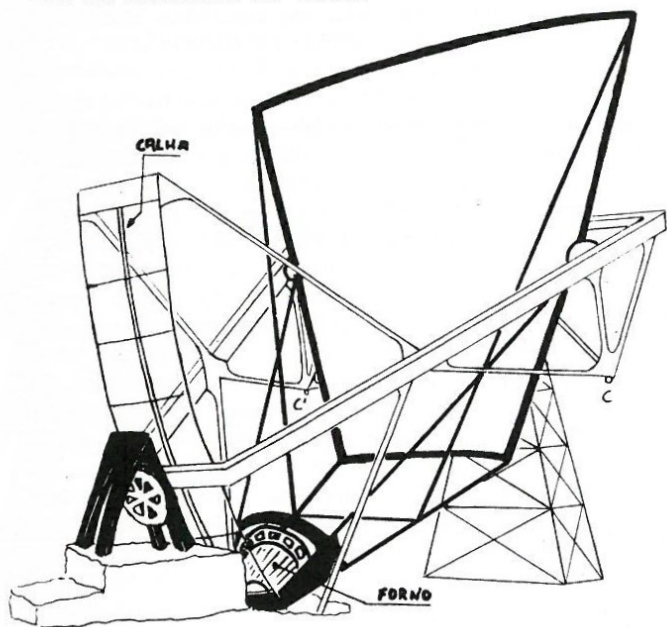
A razão que o levou a construir esse enorme forno solar, é interessante. Conta ele como o impressionou em pequeno que, em dias de trovoadas, com chuva torrencial, o pai e outros lavradores fossem desviar os enxurros das trovoadas e com eles regar os campos. Diziam eles que na altura das colheitas se notava perfeita-



mente até onde tinha chegado essa água, pela cor e desenvolvimento das culturas. Mais tarde, reconheceu ele que isso se devia ao facto de que as descargas eléctricas no ar saturado de humidade provocavam a formação de azotatos e azotitos de amónia, que eram seguidamente arrastados pela chuva. Ora esses produtos são reconhecidos como adubos muito importantes.

Abalançou-se ele, então, à produção artificial desse fenómeno com o fim de aproveitar o azoto do ar para adubo. Tendo reconhecido que o raio provocava essa síntese pelo calor e não pela electricidade, decidiu que a melhor forma de obter esse calor seria utilizar aquilo que em Portugal existe em mais abundância: o Sol. E assim nasceu o pyrheliophoro.

Com esse forno, atingiam-se temperaturas da ordem dos 3500°C. A sua estrutura e movimentos estão documentadas na figura. Esses movimentos permitiam-lhe seguir o sol durante toda a trajectória, automaticamente, devido a um poderoso aparelho de relojoaria, também por ele inventado, que se localizava no suporte menor do pyrheliophoro. A altura relativa dos suportes de pendia da latitude do lugar (no equador seriam iguais). As dimensões do reflector eram aproximadamente de 10x5m, cuja forma era a de um paraboloide de revolução. Era composto por 6117 espelhos pequenos, de 123x98mm. A superfície reflectora total era, portanto, de cerca de 70m<sup>2</sup>. A foco tinha um diâmetro de 15cm.



ESQUEMAS SIMPLIFICADOS DO PYRHELIOPHORO

O pyrheliophoro é capaz de seguir automaticamente o Sol ao longo de toda a sua trajectória em qualquer latitude. Para isso pode-se mover de três maneiras:

a) Modificação da inclinação do equatorial ao longo do suporte mais pequeno para adaptação à latitude do lugar onde está instalado (é claro que neste caso só dá para pequenos ajustes, para latitudes da ordem da nossa).

b) Movimento de rotação do equatorial em torno de AA', feito através de 2 cabos presos às argolas CeC'.

c) Movimento do conjunto espelho-forno (a traço mais grosso), ao longo da calha central do sector circular solidário com o equatorial, movimento em torno das chumaceiras B e B'. Na barra D está montada uma roldana por onde passa uma corrente que realiza esse movimento.

Tanto esta corrente como os cabos referidos atrás são accionados por um mecanismo de relojoaria que se encontra sob o suporte mais pequeno.

Faltará apenas dizer que ele conseguiu a síntese dos compostos de amónia já referidos, mas, como também já foi referido na biografia, nunca teve ocasião de os extrair industrialmente.

## b) HIMALAÏTE

A segunda invenção mais conhecida do P<sup>e</sup>. Himalaia é a himalaïte. É uma pólvora, insensível ao choque, à fricção e trepidação, que não se altera com a luz, calor, frio ou humidade. Pode conservar-se indefinidamente, sem exigir precauções especiais. Por outro lado, tem uma potência cerca de 20% superior à dinamite. Aliás o P<sup>e</sup> Himalaia inventou esta pólvora precisamente para substituir a dinamite por outro explosivo que não tivesse os perigos de manipulação desta, e evitar portanto os contínuos desastres, graves, nas fábricas de explosivos. Além ainda de tudo isto, a detonação da himalaïte é mais fácil do que a da dinamite.

Esta pólvora é uma mistura ternária ou quaternária composta dum clorato ou perclorato alcalino ou alcalino-terroso, dum hidrato de carbono e dum óleo apropriado. As misturas quaternárias contêm além disso uma porção variável dum peróxido metálico, tal como o bióxido de manganês ou protóxido de cobre. (continua pág. 26)



SOBRE O

# GRUPO DE INVESTIGAÇÃO E DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA



Por intermédio de um dos seus membros, a cursar Biologia na Universidade de Coimbra, tivemos há tempos conhecimento da existência, em Almada, de uma associação de jovens interessados pela Ciência e pela Ecologia.

As nossas relações têm-se limitado à permuta de publicações: O MOCHO em troca do suplemento ao "JORNAL DE ALMADA" que eles, com invejável periodicidade (invejável para nós, claro), todos os meses fazem sair.

Publicamos agora, gostosamente, um texto do G.I.D.C. sobre ele próprio. Possa isto contribuir para uma maior nomeada desse curioso agrupamento científico e, quem sabe?, para o estabelecimento de contactos com organizações afins.

"O Grupo de Investigação e Divulgação Científica (GIDC) tem como tarefa principal a de promover a investigação científica de todos os temas considerados por este como sugestivos, interessantes e importantes, e a sua respectiva divulgação. Pretende com este trabalho aprofundar os conhecimentos dos seus componentes, bem como, por divulgação dos trabalhos realizados, os de todos os que, não integrados no grupo, possam ocasionalmente interessar-se, assim como, na medida das suas forças, dar um modesto contributo para a ciência e para a evolução dos conhecimentos humanos".

(Art. 1º dos Estatutos do GIDC)

Inicialmente constituído por um grupo de colegas de liceu, cedo se verificou, devido à importância em potencial do trabalho, que não se poderia resumir a actividade do grupo à realização de experiência de "sotão". Considera-se o 6 de Outubro de 1976 a data da fundação do GIDC.

Actualmente, a idade dos seus membros varia entre os 15 e os 30 anos, sendo estudantes, trabalhadores-estudantes e trabalhadores.

O trabalho do grupo tem o apoio de um conjunto de colaboradores permanentes.

O primeiro ano de existência foi dedicado a questões de organização, bem como ao estabelecimento de contactos para intercâmbio com diversas organizações nacionais e estrangeiras.

Durante este primeiro ano, o GIDC levou a cabo algumas visitas de estudo, nomeadamente ao Laboratório de Física e Engenharia Nuclear (Sacavém), ao Instituto Gulbenkian de Ciência (Oeiras), etc.

Foram também realizadas duas séries de projecções de filmes de carácter científico e didáctico, seguidos de debates pelas diversas escolas de Almada, sendo também editado um texto de apoio.

Em Março de 1977 deu-se início à publicação, no "Jornal de Almada", do suplemento mensal "Divulgação Científica", onde se divulga a ciência em geral e que se pretende um veículo de comunicação com a população.

Em Janeiro de 1978 completou-se o processo de oficialização do GIDC.

13-16 de Abril/78: Participação com um delegado, no "1º Encontro Nacional sobre Desenvolvimento Económico e Conservação do Ambiente" - Porto.

4-5 Junho: Comemorações do Dia Mundial do Ambiente, com uma exposição ao ar livre e colóquios com filmes e diapositivos - Almada.

26 Julho - 10 Agosto: Participação, com três delegados, na "XX th. London International Youth and Science Fortnight" - Londres.

26 Agosto - 3 Setembro: Participação, com dois delegados, no Encontro de Espeleologia-Moncarapacho, Algarve.

Presentemente está o GIDC a preparar um trabalho de Ecologia Geral, a realizar, de princípio, na zona do concelho de Almada, em que se abordarão os aspectos histórico, humano, paisagístico, zoológico, botânico, da qualidade de vida, etc., e que começará possivelmente com a reconstrução de um moinho hidráulico, por sugestão da Comissão Nacional do Ambiente. Organiza-se também neste momento uma biblioteca, embrião do que será a biblioteca científica do concelho de Almada, que o grupo deseja que venha a ser local de trabalho e de viva participação, ao serviço nomeadamente da juventude de Almada, e cuja concretização é uma das maiores aspirações do GIDC. Outro projecto que está nos planos do grupo é a montagem de laboratórios, que existirão não só para o serviço do GIDC mas estarão também à disposição de todos aqueles que neles desejem iniciar-se na investigação ou complementá-la.

Pensa-se também na criação de um pequeno museu de ciência.

O GIDC depara, porém, com imensas dificuldades, por exemplo a falta de uma sede, apoio financeiro, material, etc., mas está certo de que todas as dificuldades, mais tarde ou mais cedo, serão superadas, nomeadamente através do intercâmbio entre o GIDC e outras organizações.

GRUPO DE INVESTIGAÇÃO E DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA

Apartado 74 - Almada



# QUE CIÊNCIA SE FAZ NA FCTUC ?

Prossegue neste número a publicação dos depoimentos sobre a investigação que é realizada na Faculdade. Pronunciam-se alguns dos responsáveis pelas linhas de trabalho a funcionar. Pela sua colaboração, aqui fica o nosso obrigado.

Relembramos as questões que pusemos.

a) Quais são os trabalhos presentemente a decorrer? Quais são os planos imediatos?

b) Qual é a ligação com outros meios científicos, nacionais ou estrangeiros, e com a sociedade em geral?

As respostas vão tal como nos chegaram. Algumas delas recebemo-las no princípio do ano e só agora vêm a lume, razão por que não serão de estranhar eventuais desactualizações.

## ESTRUTURA MOLECULAR POR ESPECTROSCOPIA DA RESSONÂNCIA MAGNÉTICA NUCLEAR



QUÍMICA

Dr. Camilo Alves

(O responsável por esta linha de investigação remeteu-nos para um documento do Conselho Científico do Departamento de Química publicado em 1975)

**C1** - Decorrem estudos sobre conformações moleculares (iminas aromáticas, oximas, ácidos orgânicos, complexos organo-metálicos, etc.). Perspectivam-se estudos de dinâmica molecular, tempos de relaxação e constantes de acoplamento.

O grupo é formado por três investigadores e dispõe da colaboração de um técnico de electrónica e de um técnico auxiliar. Está equipado com um espectrómetro  $^{1}H$  Varian HA-100 prevendo-se o uso do espectrómetro Yeol do Complexo Interdisciplinar do IST.

**C2** - Estuda-se a ligação hidrogénio intramolecular (deslocamento químico, efeito de temperatura, efeito do solvente e relaxação quadrupolar) em nitroso-naftóis, tropolona, sal-R, pirazola e nitro-fenol.

Projecta-se o uso de reagentes de deslocamento, expansão dos estudos a novas moléculas (com ligação a A) e à ligação hidrogénio intermolecular. O grupo agrega três investigadores (um comum a C-1) utilizando material comum ao núcleo de espectroscopia  $^{1}H$ . Propõe-se a aquisição de espectrómetro nmr possibilitando trabalho de onda pulsada - transformação de Fourier.



QUÍMICA

ELECTROQUÍMICA

Dr. Vítor Lobo

Os trabalhos de investigação que se têm vindo a efectuar neste do minio, incidem sobre medidas de coeficientes de difusão isotérmica, fazendo uso de uma célula conductimé-

trica recentemente desenvolvida e sobre medidas de coeficientes de Soret, tendo em vista calcular quantidades termodinâmicas (calores e entropias de transporte, etc.) que caracterizam a estrutura dos iões em solução. Está também em curso um trabalho sobre pilhas galvânicas e termogalvânicas. Na primeira fase introdutória a esse estudo, está-se a analisar o rendimento de diversas pilhas secas e baterias de uso corrente de fabrico nacional e estrangeiro, e em diversas condições de descarga, o qual, para além de um possível contributo para melhorar o seu fabrico neste país, será também relacionado com a natureza e condições de difusão dos electrólitos utilizados. Seguir-se-lhe-á um estudo das condições de utilização prática de pilhas termogalvânicas tendo em vista as boas condições geotérmicas existentes em Portugal Continental e nos Açores.

Para apoio aos estudos da estrutura das soluções, tem-se vindo a proceder à compilação de dados termodinâmicos relativos a soluções aquosas. Fez-se já uma publicação (Electrolyte Solutions: Literature Data on Thermodynamic and Transport Properties, por Victor M.M. Lobo, 448 páginas) com dados recolhidos até 1975, e tem-se vindo a prosseguir na recolha e análise de posteriores dados.

## ESTRUTURA MOLECULAR POR RESSONÂNCIA



QUÍMICA

RESSONÂNCIA

PARAMAGNÉTICA

ELECTRÓNICA

Dr. Jorge Veiga

- A aparelhagem VARIAN para obtenção e medida dos espectros de ressonância paramagnética electrónica que foi adquirida em 1964 é considerada desactualizada, isto é, muitos outros modelos recentes de diferentes firmas ultrapassam-na em resolução e condições de utilização. Aguarda-se presentemente que a firma Americano-Suíça Varian indique as condições económicas em que pode prestar determinada e imprescindível assistência técnica, cuja programação tem as suas dificuldades na referida firma face à antiguidade da aparelhagem.

Estas considerações parecem-nos pertinentes para a justificação de que presentemente não há trabalho experimental a decorrer nesta linha de investigação que além da minha pessoa

inclui uma assistente.

Logo que operacional pretende-se prosseguir o trabalho experimental de preparação de radicais orgânicos em linha de vazio, e, pela obtenção e interpretação dos respectivos espectros RPE, concluir da estrutura desses radicais. Dentro da mesma linha pretendem-se efectuar estudos cinéticos e de reacções de equilíbrio de espécies radicais em solução. A espectroscopia de ressonância paramagnética electrónica poderá apoiar como já o fez anteriormente com os estudos em fotoquímica, outras linhas de investigação em curso no Departamento de Química.

A linha de investigação em ressonância paramagnética electrónica que se iniciou no Departamento em 1963-64, manteve desde o seu início fortes ligações com outros centros nacionais particularmente com o Instituto Superior Técnico e Junta da Energia Nuclear donde resultaram trabalhos científicos em seu tempo publicados. Mantém também ligações com centros estrangeiros tendo inclusivamente sido realizado em 1967 um curso Internacional de Verão no Departamento de Química.

A investigação realizada neste sector teve sempre em vista a preparação científica do pessoal investigador a ele ligado, embora haja possibilidade de subsidiariamente poder apoiar, como já se disse, linhas de investigação noutros campos de eventual interesse prático para a sociedade em geral.

## QUÍMICA E TECNOLOGIA



QUÍMICA

DE PRODUTOS

NATURAIS E

MACROMOLÉCULAS

Dr. Alves da Silva

### 1) TRABALHOS EM CURSO

#### A) PRODUTOS NATURAIS

a) Estudo do óleo das nozes do Norte de Portugal e das amêndoas do Alto-Douro.

Está a determinar-se o teor de óleo nestes frutos e a respectiva composição quanto a ácidos gordos. Estes estudos têm por objectivo estabelecer o valor alimentar destes produtos de forma a melhorar a sua posição concorrencial no mercado internacional.





b) Trabalho de colaboração com o Centro de Estudos de Gasterenterologia da Faculdade de Medicina.

Estão a pesquisar-se vestígios de substâncias cancerígenas em produtos alimentares com vista a contribuir para o estabelecimento de uma possível co-relação entre vestígios e a incidência da doença.

#### B) MACROMOLÉCULAS

a) Estudo do ágar das algas da Costa Portuguesa.

Este trabalho efectua-se em colaboração com a SICOMOL - Sociedade Industrial de Colóides do Mondego SARL, que processa a alga vermelha *Gelidium sesquipedale*, recolhida ao longo das costas portuguesas pelas populações piscatórias de Peniche, Sesimbra e Viana do Castelo, para a extracção do ágar. Trata-se de um valioso polissacarídeo utilizado na indústria alimentar e em microbiologia.

Procura-se estudar a estrutura do polissacarídeo com vista a uma melhor compreensão das propriedades dos respectivos géis que são importantes no uso do ágar como suporte de culturas de microbiologia.

b) Estudos sobre a celulose

Estamos interessados na avaliação de métodos para a determinação do grau de polimerização da celulose, produto de grande importância não só na indústria da pasta da celulose, como também nas indústrias do papel e do algodão, dos detergentes, etc.. Num contexto de apoio a actividades industriais, realizamos análises especiais para empresas que se dedicam à manufactura ou transformação de produtos macromoleculares, particularmente polímeros sintéticos e bio-polímeros. Neste sector incluem-se as indústrias têxtil (fibras naturais e fibras sintéticas), da pasta de celulose, e as dos plásticos, borrachas e adesivos.

c) Estudos de especialização e pós-graduação.

Certas cadeiras de opção dos Cursos de Engenharia Química e de Química e em particular os trabalhos de seminário dos alunos do 5º ano da licenciatura em Química (Ramo de Química Orgânica) são enquadrados nestes domínios científico e tecnológico. Pretende-se conferir uma certa especialização aos finalistas, principalmente de Química, que optem por uma carreira de químicos industriais. Nestes estudos se podem integrar igualmente graduados de outras licenciaturas.

## II PLANOS IMEDIATOS

Continuação dos trabalhos indicados com o objectivo de estabelecer uma maior cooperação com os sectores industriais referidos, principal-

mente da Região Centro.

### III - LIGAÇÕES EXTERNAS

As ligações externas são - como se depreende do que se indicou acima - principalmente com os sectores dos Serviços relacionados com os domínios de estudo apontados e com unidades industriais cuja tecnologia concerne os produtos naturais e macromoléculas. Apesar das reduzidas possibilidades financeiras disponíveis para o efeito, procuramos manter-nos em contacto com institutos estrangeiros de pesquisa nos domínios dos altos polímeros e da tecnologia químicotextil.

### ANÁLISE NUMÉRICA E

**PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA**  
 $\int f(x)dx$   
**MATEMÁTICA** **E** **APLICAÇÕES**

Dra. Fernanda Aragão Oliveira

No Departamento de Matemática da F.C.T.U.C. existe um grupo de docentes que se interessam por questões de Matemática ligadas à Análise Numérica e à Investigação Operacional.

Constituíram um grupo de Investigação com um plano de trabalho que visa essencialmente dois fins - a curto prazo conseguir o melhoramento e actualização de conhecimentos das pessoas integradas no grupo e a médio prazo obter resultados novos dentro deste domínio da Matemática, resulta dos esses publicáveis em revistas de aceitação internacional, por forma a que os interessados possam preparar material para uma tese de doutoramento.

Dentro da Análise Numérica o nosso grupo interessa-se por questões de aproximação numérica da solução de problemas de Álgebra Linear e de Equações Diferenciais.

As nossas ligações com outras Universidades são sobretudo com o grupo de investigação dos Prof. P.A. Ravart e P.G. Ciarlet da Universidade de Paris e com um grupo de investigadores do Centro de Cálculo da Universidade de Oxford. Presentemente um elemento deste Departamento encontra-se no referido grupo da Universidade de Paris e outro elemento encontra-se na Universidade de Manchester preparando o doutoramento em "Computer Science".

Dentro da Investigação Operacional tem-se procurado igualmente um melhoramento e actualização de conhecimentos por parte das pessoas, que dentro do grupo referido acima, mais se dedicam ao assunto, em especial às principais técnicas matemáticas de I.O., como sejam a programação matemática e sua aplicação a problemas de optimização bem específicos.

No que diz respeito a ligação com outros meios científicos, ela tem existido apenas aquando da realização de Colóquios ou Congressos e através de correspondência com alguns especia-

listas europeus e americanos.

Para além da valorização individual dos elementos do grupo, que necessariamente se reflectirá no ensino, há ainda o interesse em cooperar com outros elementos que se dedicam a assuntos aos quais os métodos de aproximação numérica e as técnicas matemáticas de investigação operacional interessam, como por exemplo ao grupo de Estatística, a grupos de Engenharia, de Medicina, Economia, etc.. Essa cooperação por vezes, tem-nos sido solidária sobretudo para questões que envolvem a utilização do computador automático de que dispomos.

A título de informação acrescentamos que no Departamento de Matemática funcionou durante alguns anos, dentro da Matemática Aplicada, uma licenciatura que se destinava a dar uma preparação dentro dos assuntos de Análise Numérica, Investigação Operacional, Estatística e Informática. Daí saíram alguns elementos que actualmente fazem parte do grupo de Investigação presente. Neste ano lectivo essa licenciatura não funciona.

Aguardamos o enriquecimento do grupo para fazer ressurgir, se for possível.

### ANÁLISE

**FUNCIONAL**  
 $\int f(x)dx$   
**MATEMÁTICA**

Dra. Sampaio Martins

i) No que diz respeito à investigação no campo da Análise, devemos começar por esclarecer que se pretende começar agora a ser impulsionada. Na verdade, parece-nos que os interesses em investigação deste Departamento têm estado essencialmente orientados para assuntos de Álgebra, Física Matemática, Estatística e Probabilidade e Métodos de Análise Numérica e Investigação Operacional. Tendo regressado há pouco tempo do estrangeiro achamos necessário efectuar um trabalho de base tendo em vista interessar alguns dos docentes mais novos num estudo preparatório para uma futura investigação no campo da Análise Funcional. Deste modo, os trabalhos a decorrer de momento não ultrapassam a aquisição e actualização de conhecimentos que, não sendo adquiridos durante a licenciatura, constituem, porém, um *background* absolutamente necessário para se poder iniciar qualquer investigação com perspectivas naquele ramo da Análise.

ii) De acordo com o que atrás ficou dito, a nossa intenção imediata é a preparação de estruturas capazes de sustentar um futuro trabalho de investigação. Evidentemente que só dentro de algum tempo será possível definir um ou vários planos concretos de projectos de investigação de acordo com os interesses e tendências dos investigadores. Seria interessante con-

(continua pág. 24)



## ALGUNS PRINCÍPIOS DA

# MECÂNICA CLÁSSICA

Neste artigo discutem-se alguns dos conceitos primeiros da Mecânica clássica. O estudo destes conceitos e do modo como se relacionam (opõem) entre si é essencial para a compreensão dos fundamentos e limitações desta ciência.

Um breve parágrafo prévio faz um resumo do que se entende por modelo de realidade.

### ESQUEMA OU MODELO

1. A Mecânica ocupa-se da forma mais elementar do movimento: a simples mudança de lugar. Em primeiro lugar, o movimento mecânico de corpos visíveis e, a seguir, o movimento de corpos invisíveis, como as moléculas dum gás (1). Mas, apesar de elementar, o movimento mecânico é demasiado complexo (contém demasiadas *contradições*) para poder ser abarcado na sua totalidade pela mente humana. Então, o observador é levado a elaborar um *esquema* da realidade, hierarquizando as situações por ordem decrescente de importância e retendo apenas aquelas que influenciam significativamente o resultado. Por exemplo: no disparo duma espingarda, a *contradição* entre a velocidade da bala e a velocidade do vento é desprezável, enquanto que a *contradição* entre a velocidade da bala e o atrito do ar é importante.

2. O esquema é uma verdade relativa, susceptível de aperfeiçoamento constante pelo seu confronto com a realidade, através da prática. Pode acontecer mesmo que a prática revele que um determinado esquema da realidade deixe de explicar satisfatoriamente esta e que seja necessário substituí-lo por um outro qualitativamente diferente. Por vezes, o velho esquema permanece como simples *hipótese de trabalho* ou *postulado global* visto ser ainda útil na prática da produção e ser, em geral, mais simples. Por exemplo: há mais de 2 séculos que está bem assente que a Terra tem movimento de rotação. Porém, quando um engenheiro civil planeia um edifício, jamais entra com este movimento nos seus cálculos. Para ele, a Terra está imóvel. O caso já é diferente que se trata dum satélite artificial.

3. O esquema está unido à realidade e interage com ela. Partindo da realidade, o observador elaborava um esquema cujas *contradições* internas devem ser o reflexo das *contradições* existentes na realidade. Depois, o observador *raciocina* sobre essa elaboração mental, procurando fazer previsões ou inferir novos aspectos da realidade. E, de novo, volta à prática para a confrontação das suas conclusões com a realidade. O modelo inicial sairá rejeitado ou enriquecido e o processo recomeça.

4. É claro que a realidade também se transforma, entre duas observações. Este é um aspecto muito importante nas Ciências da Sociedade, mas, na Natureza existe uma relativa *estabilidade*. De qualquer modo, essas transformações devem estar reflectidas no esquema.

### ESQUEMA DA MECÂNICA NEWTONIANA

5. Em rigor, a *Mecânica newtoniana* (ou clássica) não pode considerar-se, actualmente, um esquema da realidade. Hoje, a sua situação é mais a de uma hipótese de trabalho. É no quadro das novas mecânicas (quântica e relativista) que se elabora um novo esquema do movimento mecânico. Porém, a transição total não parece estar próxima e a Mecânica newtoniana tem capacidade de explicar todos os fenómenos macroscópicos (mecânicos) que acontecem perto da superfície da Terra e com velocidades pequenas em relação à luz (2). Por tais razões, vale a pena examinar a teoria mecânica clássica, continuando a designá-la como um esquema da realidade, sem que isso seja excessivamente grave.

Vejamos alguns dos seus postulados

6. O primeiro diz respeito ao espaço ambiente, suposto *infinito, imutável e euclídeo*. Se nenhuma força actua sobre um determinado corpo, este está em repouso ou move-se com movimento *rectilíneo e uniforme* (que chamaremos *inercial*).

7. O tempo flui à parte do espaço. Todos os acontecimentos podem ser referidos a uma espécie de grande relógio universal pelo qual todos os observadores podem acertar os seus próprios relógios. Assim, o intervalo de tempo que decorre entre dois acontecimentos é o mesmo para todos os observadores.

8. O Universo material é composto por um número finito de grãos de matéria, de dimensões minúsculas. Cada um destes grãos ocupa uma certa posição (variável) no espaço e tem uma certa massa expressa por um número positivo. Um corpo sólido é um agregado de grãos que se mantêm a distâncias mútuas invariáveis.

O objecto da Mecânica passa a ser o estudo



do do movimento destes grãos de matéria.

9. Os grãos de matéria exercem forças (por acção directa ou à distância) uns relativamente aos outros. Todas as forças exercidas sobre um dado grão apenas podem provir dos outros.

## MECÂNICA RACIONAL

10. Encarando os grãos de matéria como pontos geométricos, sem dimensões, mas providos de massa, nós chegamos à noção primitiva de *ponto material* (ponto geométrico ao qual está associado um número positivo - a massa). Com noções primitivas deste tipo e alguns *axiomas* que exprimem matematicamente as leis do movimento, a Mecânica torna-se uma ciência dedutiva e, por isso, incorporada na Matemática com o nome de Mecânica Racional (3).

11. Claro que os teoremas da Mecânica Racional são enunciados que dizem respeito a pontos materiais e ao seu movimento. Saber quando um objecto em movimento pode ser eficazmente assimilado a um ponto material é uma questão do domínio de outras mecânicas. Por exemplo: uma bala de pistola tanto pode ser um ponto material como um sólido contínuo. Do ponto de vista da sua trajectória é um ponto material, do ponto de vista do atrito do ar é um sólido.

12. A Mecânica Racional é uma forma axiomatizada, abstracta, dedutiva e, portanto, concentrada dos conhecimentos relativos ao movimento mecânico.

## TIPOS DE MOVIMENTO

13. Distinguimos o *movimento inercial* que é uniforme e rectilíneo, e o *movimento acelerado* que não é inercial. O movimento acelerado pode ser rectilíneo e não-uniforme, uniforme e não-rectilíneo ou nem uma coisa nem outra.

## REFERENCIAL

14. Um observador *O* deve dispor dum método que lhe permita distinguir os pontos que compõem o espaço. O processo mais simples é fixar um ponto *O* junto ao observador e escolher 3 direcções não-complanares, como é indicado no fig. 1.

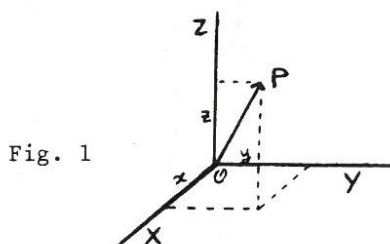


Fig. 1

Os ângulos formados pelas 3 direcções  $\overline{OX}$ ,  $\overline{OY}$ ,  $\overline{OZ}$  são rectos. O sistema formado pelo ponto *O* e as direcções  $\overline{OX}$ ,  $\overline{OY}$ ,  $\overline{OZ}$  é chamado um *referencial*. A cada ponto *P* do espaço, o observador *O* associa 3 números  $(x, y, z)$  (*coordenadas de P*) que são as distâncias indicadas na Fig. 1.

15. A *distância* entre *P* e um ponto *Q* de coordenadas  $(a, b, c)$  calcula-se pela fórmula

$$+ \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$$

Enquanto que as coordenadas de *P* e *Q* variam com o referencial, pode demonstrar-se que a distância de *P* a *Q* não muda com a mudança de referencial. É um *invariante* (não depende do observador). As quantidades invariantes têm a maior importância em Física. Independentemente do observador, elas exprimem o carácter absoluto da realidade objectiva.

16. O observador *O* está, também, munido com um relógio, através do qual associa um número *t* a cada instante. A presença dum ponto material coincidindo com o ponto geométrico *P*, no instante *t*, é um *acontecimento* que se descreve completamente com 4 números  $(x, y, z, t)$ .

17. As leis da Mecânica também devem ser *covariantes*, isto é, devem conservar a mesma forma para todos os observadores admissíveis. Por exemplo, a 2.<sup>a</sup> lei de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

em que *F* é a força exercida sobre um ponto material, *m* a massa deste e *a* a aceleração, deve ser válida para todos os observadores admissíveis.

Demonstra-se matematicamente que os observadores admissíveis são os *inerciais*, movendo-se uns em relação aos outros com movimento rectilíneo e uniforme. Os referenciais respectivos são também ditos inerciais.

18. Ora, cada observador inercial dirá de si mesmo que está em repouso, porque nenhuma experiência mecânica (ou electromagnética) lhe permite saber se o seu estado é de repouso ou de movimento inercial. Daí que o movimento inercial seja *relativo*, porque depende do observador. O observador solidário a um corpo em movimento inercial dirá que este está em repouso.

Diferentemente, o movimento acelerado é *absoluto* - mesmo um observador solidário a um corpo acelerado sabe estar animado deste tipo de movimento (4).

## FORÇAS

19. A noção de força formou-se na prática do homem primitivo: força muscular, força das águas e dos ventos, etc.. Uma força aparece inicialmente como a acção directa de um objecto sobre o outro. Só muito mais tarde o avanço da Mecânica leva a postular a existência de forças exercidas à distância, como a força da gravida-



de.

20. A acção duma força sobre um ponto material imprime a este um movimento acelerado, como provém da fórmula

$$\vec{F} = m \vec{a} \neq 0.$$

21. Eventualmente, a acção da força pode ser a de levar um objecto ao repouso, como no caso do atrito. Neste caso, anulando-se a velocidade anula-se a força. O caso da bola de bilhar é típico. A bola começa por ser actuada por uma força (a pancada do taco) que logo cessa. Em princípio, o movimento da bola sobre o bilhar deveria ser inercial, mas, a isso se opõe o atrito, tanto o do ar como o do pano.

22. A grandeza da aceleração  $|\vec{a}|$  indica a medida instantânea em que um determinado movimento acelerado se afasta do movimento inercial se  $|\vec{a}| = 0$ , o movimento é inercial). Ora, a fórmula do § 20 diz-nos que, para uma força dada,  $|\vec{a}|$  é tanto maior quanto menor for a massa  $m$ . Isto é, a massa é o factor pelo qual o ponto material se opõe ao movimento acelerado. O movimento acelerado desenvolve-se na contradição que opõe a força (factor de aceleração) à massa (factor de inércia).

23. Podemos observar movimentos acelerados que, aparentemente, não são causados por força alguma, com a queda dos corpos à superfície da Terra ou o movimento dos planetas. A ideia de construir uma Mecânica unificada e válida em todo o Universo levou a postular (aliás, com grande êxito) a existência da *força da gravidade*. Esta força actuará segundo a célebre *lei da atracção universal*: 2 corpos atraem-se nas razões, directa do produto das massas, e inversa do quadrado da distância.

Toda a Mecânica Celeste se baseia neste postulado.

24. Embora esta seja uma posição não definitiva parece não haver outra razão para admitir a "força" da gravidade senão o facto de os cálculos darem certos. É admissível que a resposta esteja contida na Teoria da Relatividade Geral, não somente no que respeita à atracção, mas sobretudo quando postula que a matéria e o espaço-tempo estão ligados e interagem mutuamente.

## POSIÇÃO, VELOCIDADE E TRAJECTÓRIA

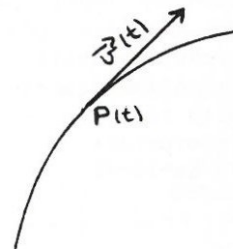
25. Vejamos uma contradição entre dois conceitos importantes da Mecânica Racional que é o reflexo da contradição *permanecer/mudar* inerente a todo o movimento.

26. Tomemos um ponto material P de massa  $m$ , em movimento, por exemplo acelerado. Em cada instante  $t$  o ponto P coincide com o ponto geométrico  $P(t)$ . Nós diremos que  $P(t)$  é a *posição* de P no instante  $t$ .

27. Para cada instante  $t$ ,  $P(t)$  é um ponto diferente no espaço. À medida que o tempo flui,  $P(t)$  traça uma curva no espaço, chamada a *trajectória* do ponto P.

28. Quando P ocupa a posição  $P(t)$  a sua situação é contraditória. O ponto material ocupa efectivamente a posição  $P(t)$  e não ocupa por que ele está a dirigir-se para outra posição espacial. Esta última ideia exprime-se através do vector  $\vec{v}(t)$  ligado ao ponto  $P(t)$  e que é a *velocidade* do ponto material no instante  $t$ . Ver fig. 2.

Fig. 2



29. Então, a posição e a velocidade são os polos duma contradição. Esta contradição resolve-se justamente na trajectória do ponto material.★

## NOTAS

- (1)- No princípio do séc. XX, o sábio austríaco Ludwig Boltzmann (1844-1906) aplicando a Mecânica ao movimento das moléculas constituintes de um gás, conseguiu explicar com êxito certos fenómenos conhecidos.
- (2)- ... que é de 300.000 Km/s. A velocidade de translação da Terra é de 30 Km/s...
- (3)- Nome que parece estar a cair em desuso. *Me do da teoria?*...
- (4)- Quando se viaja de automóvel tem-se uma noção muito exacta da diferença entre estes dois tipos de movimento. Em linha recta numa auto-estrada, fechando os olhos mal nos apercebemos do movimento. Diferente é a situação numa estrada com curvas ou em mau estado ou ainda, quando o automóvel arranca ou trava.





# CÁLCULO das PROBABILIDADES

## e da ESTATÍSTICA MATEMÁTICA

MICHEL GENSBITTEL  
(ex-assistente de Matemática)

Embora haja quem pense hoje que o cálculo das Probabilidades prejudicou a Estatística, o progresso destas duas disciplinas pode, nas suas grandes linhas, descrever-se como a história de uma única ciência: a do acaso.

A administração dos grandes impérios que, há 3 ou 4 mil anos, existiam já no Egipto, na Mesopotâmia e na China apoiava-se em certas formas de estatística e nomeadamente em recenseamentos (ou censos) de que se encontram vestígios, em particular, na Bíblia. Os escribas egípcios eram administradores notáveis e, se os segredos da sua contabilidade não chegaram até nós, é justo admitir que as origens da estatística remontam pelo menos à sua época: eles desenvolveram o mais antigo indicador de tendência económica de que se tem conhecimento. Com efeito, observaram que a altura da cheia anual do Nilo constituía um excelente índice de fertilidade, que lhes servia inclusive para fixar o montante dos impostos. Não devemos portanto admirar-nos pelo parentesco etimológico evidente entre as palavras "estatística" e "estado", ainda que tudo leve a crer que a palavra "estatística", concretamente, só tenha aparecido pela primeira vez no séc. XVIII (em latim) nos escritos de G. Achenwall (1719-1772), professor na Universidade de Göttingen.

No que se refere às probabilidades, a sua origem encontra-se sem dúvida na meditação sobre o acaso e a sorte, familiar aos homens desde há milénios, e na prática de jogos como os dados, que parece remontar à Pré-história. Citemos aqui Aristóteles (384-322) a respeito do que se pensava na antiguidade sobre este assunto:

*"Alguns põem em questão a sua existência. É evidente, diz-se, que nada pode ser produto do acaso: todas as coisas possuem uma causa determinanda, que nós não conhecemos" [...]. Para outros, o nosso céu e o mundo têm por causa o acaso, e foi do acaso que provieram a formação do turbilhão e o movimento que separou os elementos e constituiu o universo na ordem em que o vemos [...]. Outros, enfim, pensam que a sorte tem uma causa, inacessível porém à razão humana, por que seria qualquer coisa de divino e de sobrenatural num grau superior".* Há nestas três atitudes pontos de vista que permanecem actuais. As ideias de Laplace e de Poincaré, segundo os quais o acaso não está ligado senão à nossa ignorância, e que afirmam que o sistema de causas múltiplas que nós não conseguimos penetrar pode explicar absolutamente tudo, encontram-se na primeira escola, que nega a existência do acaso, e mesmo na terceira, segundo a qual só uma inteligência superior (ou divina) lhe pode compreender o mecanismo. E as teses sustentadas actualmente por especialistas de biologia molecular so-

bre a origem aleatória das formas mais aperfeiçoadas da vida estão evidentemente presentes nesta teoria dos turbilhões, já familiar aos físicos pré-socráticos. Quanto a Aristóteles, ele baseia a sua própria exposição sobre o acaso na distinção entre "causa por si" e "causa por acidente". É uma causa por si, diz ele, que uma estátua seja obra de um escultor; é uma causa por acidente que ela seja obra de um músico (se por qualquer motivo acontece o escultor possuir competências musicais!). Da mesma forma, diz Aristóteles, os factos cuja origem atribuímos ao acaso nasceram dos encontros, aliás raros, de séries de acontecimentos que não estavam compreendidas num mesmo projecto, numa mesma intenção. Determinado filósofo francês contemporâneo que afirmava que "o acaso não é mais do que o encontro de séries causais independentes" não estava longe deste ponto de vista.

Devemos entretanto reconhecer que, por maior que seja a riqueza destes pensamentos, neles não aparece nem um pouco do que constitui hoje a base das Probabilidades e da Estatística Matemática: a possibilidade de fazer cálculos sobre o acaso e de medir os seus efeitos. A ideia de que causas minúsculas se podem adicionar, em proporções determinadas, para produzir efeitos visíveis e regulares, parece faltar aos Antigos. Eles ignoraram ao mesmo tempo o cálculo diferencial e o cálculo das probabilidades que, sem dúvida por uma razão profunda, nasceram simultaneamente no séc. XVIII.



Gauss

Fermat



Os pais do Cálculo das Probabilidades são, como se sabe, Fermat (1601-1665), Pascal (1623-1662), Huyghens (1629-1695) e Jacques Bernoulli (1654-1705), precedidos de um século pelos italianos Pacciolo (1445-1514), Tartaglia (1499-1557), Cardan (1501-1576), sem esquecer Galileu (1564-1662). Mas não temos aqui a certeza de que, por entre tantos humanistas orientais ao mesmo tempo poetas, matemáticos, astrónomos e filósofos, não se venham a descobrir um dia pioneiros árabes ou persas nestas investigações inspiradas pela loucura do jogo.

No Ocidente, estas investigações conduziram em pouco menos de um século à elaboração de uma análise combinatória baseada no célebre triângulo de Pascal, que é perfeitamente conhecido nos finais do séc. XVII.



O séc. XVIII abre com a publicação de uma notável demonstração analítica da *Lei dos Grandes Números*, dada por Jacques Bernoulli. No termo de uma profunda meditação que, diz, o ocupou durante perto de vinte anos, este autor, o primeiro de uma linhagem ilustre, conseguiu demonstrar com grande rigor que a frequência com que ocorre um fenómeno possuindo uma probabilidade determinada tende para essa probabilidade quando o número de experiências aumenta indefinidamente.

É então que se desencadeiam certas polémicas das quais algumas ainda não estão completamente extintas...

Probabilidade inversa e probabilidade das causas

O reverendo Thomas Bayes (1702-1761) meditou, nas suas horas vagas, num problema inverso do estudado por Bernoulli. A memória póstuma de Bayes "*An essay towards solving a Problem in the Doctrin of Chances*" é consagrada ao seguinte problema: o acontecimento A tem uma probabilidade  $p$  cujo valor é desconhecido. Determinar a probabilidade de que  $p$  esteja compreendida no intervalo  $(a, b)$  sabendo que, quando da realização de  $n$  experiências independentes, o acontecimento A ocorreu  $m$  vezes (e não ocorreu  $n-m$  vezes). Sob a condição complementar de que antes da experiência (*a priori*) a probabilidade  $p$  está distribuída uniformemente entre 0 e 1, tem-se um problema de probabilidades das causas. Mas postular *a priori* que  $p$  está uniformemente distribuída entre 0 e 1 só se justifica pela ignorância total em que nos encontramos acerca da sua distribuição. Toda a discussão entre a estatística Bayesiana e a estatística não-Bayesiana está aqui em embrião. O próprio Bayes absteve-se de publicar as suas investigações, porque se dava conta da fragilidade desta hipótese. No entanto, atribui-se geralmente a Bayes a "*fórmula das probabilidades das causas*", fórmula que é reivindicada por Laplace, e que não se encontra seguramente nos escritos de Bayes. Citemos, como ilustração, um exemplo dos problemas aqui referidos: assiste-se ao escrutínio dos votos de um colégio de  $N$  eleitores. Já se contaram  $m$  votos favoráveis ao candidato A e  $n-m$  favoráveis a B, seu único adversário. Qual é a probabilidade de que A seja eleito? Para responder a esta pergunta é preciso dispor de probabilidades *a priori* sobre as intenções dos eleitores (a menos que um dos números  $n$  ou  $n-m$  já ultrapasse  $N/2$ , caso em que, evidentemente, deixam de existir dúvidas sobre o resultado!). E não é realista postular, como no caso do problema de Bayes, que o número  $M$  dos eleitores favoráveis a A se encontra distribuído uniformemente entre 0 e  $N$ . Ter-se-á portanto que fixar *a priori*, e com a maior arbitrariedade, uma curva em forma de sino centrada no valor  $M$  considerado mais provável.

Esta disciplina exige a recolha de numerosos dados, aponta para a descoberta das leis empíricas e sugere a crítica dos processos de amostragem. Além disso, e tal como a teoria cinética dos gases, fundada cerca de 1730 por Daniel Bernoulli, a demografia põe a claro uma regularidade resultante dos movimentos de uma infinidade de indivíduos. Um estatístico demógrafo do séc. XVIII, o Pastor Süssmilch (1707-1767) diz reconhecer nesta ordem global um signo da Providência: "*No pormenor da impressão que tu do aparece sem ordem: é preciso reunir muitos factos individuais ao longo dos anos, e considerar em conjunto muitas províncias, para assim trazer à luz do dia os princípios da Ordem Divina*".

Como o diz Emile Borel, não sem humor negro: "*Foram sobretudo as estatísticas de falecimentos que foram estudadas de maneira séria, pois é nesse estudo que se baseia toda a organização dos seguros de vida*".

Mas desde o princípio que se tentou também uma aplicação à terapêutica. Citemos Laplace: "*No meio desta discussão (suscitada pela inoculação de uma forma benigna da varíola para prevenir o aparecimento duma epidemia maligna), Daniel Bernoulli propõe-se submeter ao cálculo das probabilidades a influência da inoculação sobre a duração média da vida. Na falta de dados precisos sobre a mortalidade produzida pelas bexigas nas diversas idades da vida, supõe que o risco de contrair esta doença e o de morrer na sequência dela são os mesmos em qualquer idade. Por meio destas suposições, conseguiu, após uma análise delicada, converter uma tabela ordinária de mortalidade naquela que se verificaria se as bexigas não existissem, ou se por causa delas morresse apenas um número muito pequeno de doentes; e chegou à conclusão de que a inoculação (ainda que a relação entre o número de mortos que ela provocava e o número total de inoculados se aproximasse de 1/300) aumentaria de pelo menos três anos a duração média da vida, o que lhe pareceu fazer desaparecer todas as dúvidas quanto às vantagens dessa operação. J. d'Alembert (1717-1783) atacou a análise de Bernoulli, antes de mais por causa da incerteza das suas duas hipóteses, e depois pela sua insuficiência, pois nela não se fazia a comparação entre o perigo próximo, embora muito pequeno, de se morrer por causa da inoculação, e o perigo, muito maior mas mais afastado, de sucumbir naturalmente com as bexigas*". Na realidade, nas suas premissas, Bernoulli subestimava os bons efeitos da inoculação ao supor sempre igual o risco da varíola ao longo da vida: no séc. XVIII, um recém-nascido em cada quatro morria antes de atingir um ano; outro quarto morria antes dos cinco anos; e a varíola era uma das causas principais da mortalidade infantil. Mas a crítica de d'Alembert quanto à comparação dos dois riscos separados no tempo continua a ser válida.

(continua pág. 20)





## DISTRAÇÕES

Um dia, Newton, não querendo interromper o seu trabalho, preparou um ovo cozido; passado um bocado, apercebeu-se de que tinha o ovo na mão e havia cozido o seu relógio de segundos extremamente valioso devido à sua alta precisão.

Um dia, Ampère pôs-se a fazer contas no exterior de uma carruagem, com o bocado de giz que trazia sempre consigo; como a carruagem se pusesse a andar, o matemático seguiu-a a correr para continuar as suas equações.

Um outro geômetra obscuro, mas tão distraído como os outros, saindo de Paris para se ir casar e temendo esquecer-se disso, escreveu em letras maiúsculas na sua agenda: "casar-me quando passar por Tours".

(Rebière, ibidem)

## FICÇÃO (POUCO) CIENTÍFICA

Carlos Fiolhais

### A PROECIA

Uma vez, o sindicato dos profetas averiguou que um dos seus membros, com o nome de código de X-85, não pagava as quotas. E o X-85, que chatice!, tinha previsto para breve uma guerra mundial.

A direcção do sindicato telefonou cêlere às partes em litígio informando-as que não podia haver guerra nenhuma enquanto aquele sócio não regularizasse a sua situação.

### A REVOLUÇÃO

O regime era realmente insuportável.

Mas havia um amador que interpretava para quem o quisesse ouvir canções de resistência. Fartou-se de ser acusado de falta de originalidade, até que passou a incluir no seu repertório canções de bobina e canções de condensador. Electrizou as massas, que depressa fizeram a revolução.

# HUMOR

## O ECLIPSE DO CORONEL

Ia haver um eclipse do Sol. Na véspera à noite, o coronel dum regimento chamou os seus sargentos e disse-lhes: "Amanhã de manhã haverá um eclipse do sol. O regimento reunir-se-á na praça de armas. Eu virei pessoalmente explicar o eclipse antes do exercício. Se o tempo não estiver favorável, reunir-nos-emos no anfiteatro como é hábito". Imediatamente os sargentos foram redigir a sua ordem do dia: "um eclipse do sol terá lugar amanhã de manhã, por ordem do coronel. O regimento reunir-se-á na praça de armas aonde o coronel virá dirigir o eclipse em pessoa. Se o tempo não estiver favorável, o eclipse terá lugar no anfiteatro".

(Rebière, Mathématiques et Mathématiques, Paris 1925)





A célebre Lei Normal, atribuída umas vezes a Laplace, outras a Gauss, aparece na realidade pela primeira vez nos trabalhos de Abraham de Moivre (1667-1754). Nas suas *"Philosophical Transactions"*, de 1711, ele retoma "o teorema de Bernoulli sobre a probabilidade dos resultados determinados por um grande número de observações". Mas - citemos Laplace - "não se limita, como Bernoulli, a mostrar que a relação entre a contecimentos que devem ocorrer se aproxima sem cessar da existente entre as respectivas probabilidades, mas dá além disso uma expressão elegante e simples da probabilidade de que a diferença entre essas relações esteja contida dentro de determinados limites". Esta "expressão elegante e simples" não é senão a fórmula da Lei Normal, que Moivre é assim o primeiro a atingir, partindo da fórmula assintótica de Stirling para  $n!$ .

A história da Lei Normal está estreitamente ligada à da Teoria dos Erros, que nasceu também por esta altura. Foi para determinar, de acordo com uma série de observações, os cinco parâmetros do movimento de um cometa que foi utilizado pela primeira vez o método dos mínimos quadrados, obra de três matemáticos: Gauss (1777-1855), Laplace (1749-1827) e Legendre (1752-1833).

O princípio deste método é bem conhecido: um conjunto de  $n$  medidas  $(x_1, \dots, x_n)$  pode ser considerado como o conjunto das  $n$  coordenadas de um ponto  $x$  de  $R^n$ . Se essas  $n$  medidas provêm de um sistema físico sujeito a equações de forma conhecida, mas de que fazem parte vários parâmetros desconhecidos, o ponto  $x$  deve pertencer a um certo subespaço  $V$  de  $R^n$ . (O caso mais simples é aquele em que os números  $x_1, \dots, x_n$  são medidas da mesma grandeza: deverá então ter-se  $x_1 = x_2 = \dots = x_n$  o que quer dizer que  $V$  é a diagonal de  $R^n$ .) Mas na realidade as medidas efectuadas estão cheias de erros, e o ponto  $x$  não está exactamente em  $V$ : corrigem-se portanto as medidas substituindo  $x$  por um ponto  $y$  situado em  $V$ , tão próximo de  $x$  quanto possível, e com a ajuda do qual se determinam os parâmetros desconhecidos. Legendre, na sua memória intitulada "Novos métodos para a determinação das órbitas dos cometas", de 1806, propõe que se determinem os parâmetros desconhecidos escolhendo aqueles que minimizam a soma dos quadrados dos restos nas equações que deveriam ligar  $x_1, \dots, x_n$ : em vez de  $f(x_1, \dots, x_n) = 0$ , tem-se  $f(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) = \delta$  e pretende-se minimizar  $\delta$ . Este método reduz-se, no sentido de uma métrica euclideana conveniente, a projectar ortogonalmente  $x$  sobre  $V$  para obter  $y$ .

Gauss publicou, depois de Legendre, numerosos trabalhos sobre este assunto. Mas, segundo Laplace, "ele já tinha tido a mesma ideia alguns anos antes da publicação de Legendre, e dela se servia habitualmente".

Na sua "Teoria Analítica das Probabilidades", Laplace, por sua vez, expõe independentemente de Legendre e de Gauss o método dos mínimos quadrados, baseando-se em teoremas sobre as médias de erros que prenunciam as investigações

contemporâneas sobre as somas de variáveis aleatórias independentes.

Nos trabalhos de Legendre, a regra de minimizar a soma dos quadrados dos restos não tem justificação probabilística: é um princípio geométrico. Nos de Gauss e Laplace ela baseia-se na distribuição normal dos erros de medida. É curioso ver como estes dois ilustres autores justificam uma tal lei, cujo sucesso viria a ser grande na história da Estatística: "lei na qual toda a gente acredita" segundo uma boutade do astrónomo Lippmann citada por Poincaré, "os experimentalistas pensando que é um teorema das matemáticas, e os matemáticos que é um facto experimental".

Gauss parte do problema da estimação de uma grandeza  $z$  de acordo com uma série de medidas  $x_1, \dots, x_n$ . Supondo que a densidade de probabilidade da medida  $x$  de uma grandeza (cujo valor real é  $z_0$ ) é da forma  $f(x - z_0)$ , onde  $f$  é uma função a determinar que depende do processo de medida, Gauss decide fazer a estimativa de  $z$  através do que chamamos método da máxima verosimilhança: ele escolhe o valor  $z$  que torna máximo o produto

$$f(x_1 - z) \dots f(x_n - z)$$

Além disso considera "natural" o postulado de que esse valor é a média de  $x_1, \dots, x_n$ . Este postulado afasta a eventualidade de um erro sistemático constante: "*errorum regularium consideratio proprie ab instituto nostro excluditur*". Exigindo que o postulado esteja de acordo com a regra da máxima verosimilhança, Gauss obtém facilmente para  $f$  a densidade da Lei Normal. Mas as considerações de Gauss não demonstram de modo algum a necessidade física desta lei. Segundo J. Bertrand (1899) "nem o sucesso quando das observações, nem a simplicidade das consequências, nem a sua concordância permanente com os factos decidiram o ilustre autor desta lei de probabilidade a considerá-la como uma verdade demonstrada".

Laplace, pelo contrário, dá uma justificação da Lei Normal que ainda hoje é a melhor que se pode propor: é o teorema do limite central. Laplace está na origem das funções geradoras e da transformação que tem o seu nome. Pode igualmente ser-lhe atribuída a paternidade da noção de função característica, que ele obtém por passagem ao limite a partir das funções geradoras. É por esta via que ele demonstra que o quociente por  $n$  da soma de  $n$  erros independentes e distribuídos segundo uma qualquer lei de variância finita tem uma distribuição assintótica normal. Nisto consiste o nosso teorema do limite central.

## O SÉCULO XIX: UM SÉCULO ESTÚPIDO?

Assim foi, diz-se, o séc. XIX. O julgamento é duro, mas tem que se reconhecer que alguns autores, como Laplace ou Poisson (conhecido pela lei que tem o seu nome e que aparece nas suas "Memórias sobre a probabilidade do tiro ao alvo"), contribuíram para desacreditar durante

(continua pág 26)



# RELATÓRIO

## DE UM

# TREINO DE FÉRIAS

F. BARATA ALVES

(4º ano de Eng. Química)

A "Companhia Portuguesa dos Petróleos BP" ofereceu um estágio no centro de pesquisas da sua representada inglesa "The British Petroleum Company Limited" em Sunbury-on-Thames (nos arredores de Londres) a um estudante universitário a meio de um curso relacionado com Química.

Concorri como aluno do 3º ano do curso de Engenharia Química e fui o estudante escolhido para o referido estágio. Este teve a duração de oito semanas, desde 9/7/78 a 2/9/78. A empresa cobriu as despesas referentes às viagens entre os dois países, alojamento e alimentação, além de pagar aos estagiários o montante semanal de 16 libras.

No centro de pesquisas, fiquei colocado no ramo de Ciências Físicas, onde me foi atribuído um trabalho incluído num projecto preocupado com a investigação de lubrificantes sólidos. O objectivo principal deste projecto é a preparação dum lubrificante sólido, à base de grafite, para utilização em tecnologia espacial; pretende-se substituir o tipo muito caro de lubrificantes não sólidos (óleos de características muito especiais) usado no elevado vácuo do espaço.

O problema maior que se pôs foi o facto de as substâncias estudadas terem propriedades lubrificantes diferentes conforme o meio em que actuam (atmosfera ou vácuo). No meu trabalho procurei exactamente a solução deste problema, ou seja, um lubrificante sólido aplicável em ambos os meios referidos. O interesse desta capacidade está na possibilidade de realizar na atmosfera os testes dos aparelhos a enviar para o espaço, assim como nos recentemente falados veículos preparados para utilização repetida em viagens espaciais.

Outra característica fundamental que o

lubrificante procurado apresenta e que se pretende otimizar é o seu elevado tempo de duração.

Fui orientado neste trabalho pelo líder do projecto e por um supervisor, que se mostraram incansáveis no apoio que me deram.

O centro de pesquisas apresenta uma organização fantástica e possui meios tecnológicos e humanos excelentes.

A organização do estágio foi também magnífica; as condições que me foram dadas não podiam ser melhores, o que me permitiu aproveitar de verdade o tempo que passei em Inglaterra.

Além do trabalho de investigação, tive a possibilidade de travar conhecimento com a Inglaterra, especialmente Londres, e fazer amigos no grupo de estagiários que, tal como eu, vinham de diversos países.

Como resultados mais valiosos para mim, tenho:

- Tomei, pela primeira vez, contacto com a investigação científica;
- Aprendi bastante acerca do assunto que estudei;
- Travei conhecimento com gente de outras nacionalidades;
- Fiquei a conhecer o modo de vida de Londres;
- Melhorei muito os meus conhecimentos da língua inglesa

Isto tudo corresponde a um abrir de novos horizontes na altura certa, antes de ser tarde.

A terminar, devo dizer que esta iniciativa da BP, pelo seu valor, merece todo o aplauso e bom seria que iniciativas deste género fossem tomadas por outras empresas com possibilidades para tal.★



## AFINAL...

O QUE É O  $\pi$  ?

ISABEL FRAGA ALVES

(30º ano de Matemática)

(conclusão)

NATUREZA TEÓRICA DE  $\pi$ 

Antes de entrarmos neste problema, faremos uma digressão até ao mundo dos números, esse mundo tão controverso sobre o qual se têm levantado as mais diversas polémicas.

*"Deus criou os inteiros, o resto é obra do homem"*

*Leopold Kronecker*

O número regulava o universo dos pitagóricos; claro que não nos estamos a referir ao conceito moderno de número, mas sim ao de inteiro.

"O ponto é unidade em posição" - tal era a base da Geometria Pitagórica. Embora vos pareça ingênua esta ideia, pensa-se que os Gregos acreditavam que a linha era "feita" de uma sucessão de átomos, tal como um colar é constituído de contas. Tomando, precisamente, o átomo como unidade, eles acreditavam que sendo dados dois segmentos quaisquer, a razão do seu comprimento era, muito simplesmente, a razão do número de átomos de cada um deles.

Vemos assim até que extremo se desenvolveu nos pitagóricos a ideia de que o número regulava o universo (criado pelo Supremo Arquitecto) numa união perfeita entre a Geometria e a Aritmética.

Mas vão ser precisamente estes mesmos gregos seguidores da escola pitagórica a ver-se obrigados a renunciar ao seu lema quando descobrem que a diagonal do quadrado que tem como lado a unidade, não se pode exprimir por um quociente de inteiros (número racional).

E assim surge a necessidade de ampliação do conceito de número - é a descoberta de uma nova entidade: *Alogon*, o "inexprimível".

Estes novos números vinham contrariar tudo o que, anteriormente, havia sido dito sobre a harmonia entre o número e o universo criado pelo Supremo Arquitecto.

Mas façamos aqui uma pausa: suspeito que estás a pensar, leitor, em relacionar o "inexprimível" com outra identidade de uso corrente no reino do número. Sim, o *Alogon* não passava do que hoje tu chamas os números irracionais.

Mergulhemos novamente o nosso pensamento no mundo grego, pois aí nos vamos deparar com uma nova surpresa. Embora vos pareça incrível, os Membros da Ordem (muito directamente relacionados com o que hoje chamamos *Iniciados* (2) que haviam descoberto o *Alogon* juraram não divulgar a sua existência a estranhos. Acontecia que estes

gregos se haviam dado conta de uma imperfeição inexplicável na obra do Arquitecto e, sendo assim, era indispensável mantê-la em segredo, pois, de contrário, a sua raiva cairia sobre o homem.

Conta Proclo:

"Diz-se que os primeiros que tiraram os irracionais do segredo e os levaram a público pereceram num naufrágio, pois o "inexprimível" e o "sem-forma" deve ser escondido. E os que descobriram e trocaram essa imagem da vida foram instantaneamente destruídos e permanecerão para sempre expostos às ondas eternas".

Porém, um século depois todos os pensadores tinham "roubado" o segredo dos pitagóricos. O "irrevelável" tinha sido apresentado aos olhos dos *não-iniciados* e o lema de que "o número regulava o universo" entrou no seu declínio.

E é assim que, depois desta nossa pequena digressão, vos vamos falar de certos conceitos básicos que serão indispensáveis no decorrer do artigo.

Número Algébrico - entre os números, chamamos algébricos aos que sejam raízes de alguma equação algébrica.

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

de coeficientes inteiros. Os restantes chamam-se *transcendentes*.

São algébricos os números  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{5}$ ,  $i$ , por que são raízes das equações, respectivamente,  $x^2 - 2 = 0$ ,  $x^3 - 5 = 0$  e  $x^2 + 1 = 0$ .

Depois deste parêntese, voltemos à natureza teórica de  $\pi$ .

Como dissemos acima, Lambert havia descoberto no final do séc. XVIII que  $\pi$  é irracional. Mas a que classe de irracionais pertencerá  $\pi$ ? Será algébrico ou transcendente? Isto é, existirá ou não uma equação algébrica de coeficientes inteiros que o tenha por raiz?

A esta pergunta responderá Lindemann, em 1882, demonstrando que  $\pi$  NÃO É ALGÉBRICO.

Tal demonstração assenta no conhecido teorema fundamental de Lindemann - "se  $x$  é um número algébrico qualquer não nulo,  $e^x$  não é racional".

Fazendo na fórmula de Euler

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$x = \pi \text{ resulta } e^{i\pi} = -1$$



onde aplicando o teorema acima apresentado,  $i\pi$  não é algébrico. Como  $i$  é algébrico então  $\pi$  não o pode ser (pois, de contrário,  $i\pi$  seria algébrico).

Poder-se-á agora formular a pergunta:

- Mas qual o interesse de se saber se  $\pi$  é raiz ou não de alguma equação algébrica?

É que aquela questão está muito directamente ligada a outra: a da

### QUADRATURA DO CÍRCULO

O problema é o de construir um quadrado de área igual à de um círculo de raio igual à unidade. Precisando melhor esta ideia:

- seja  $r$  o raio do círculo. Como a sua área é  $\pi r^2$ , seria de esperar que se encontrasse um quadrado de lado  $\ell$  tal que

$$\ell^2 = \pi r^2$$

ou seja, tal que

$$\ell = r \sqrt{\pi}$$

Posto desta forma, o problema parece de uma extrema simplicidade, já que em qualquer livro de geometria elementar é apresentada a maneira de, dados os segmentos  $a$  e  $b$ , construir  $a+b$ ,  $a-b$ ,  $a \cdot b$ ,  $a/b$  e  $\sqrt{a}$ , construções essas que não necessitam mais do que da régua e do compasso para serem executadas.

Deste modo, se se souber construir  $\pi$ , sabe-se construir  $\sqrt{\pi}$ ,  $r\sqrt{\pi}$  e assim o quadrado que se pretende.

Então o problema da quadratura do círculo resume-se ao da

### CONSTRUCTIBILIDADE DE $\pi$

ou seja, escolhida uma unidade de medida  $\overline{OA} = 1$  construir (rigorosamente!), com ajuda apenas da régua e do compasso, o segmento  $\overline{OB}$  tal que:

$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \pi$$

A razão da exigência de usar apenas esses dois instrumentos remonta já à Grécia Clássica, onde para a maioria dos geometras uma boa solução em geometria não devia exigir mais do que a régua não graduada (isto é, exclusivamente para traçado de rectas) e compasso.

Um resultado importante na teoria da constructibilidade é o seguinte:

- "São constructíveis com régua não graduada e compasso *unicamente* aqueles números algébricos que são combinações finitas de números racionais e raízes quadradas".

Daqui resulta, imediatamente, que  $\pi$  não é constructível, uma vez que  $\pi$  não é algébrico.

**CONCLUSÃO:** é impossível a quadratura do círculo só com a régua e o compasso.

E foi assim que, há menos de um século, Lindemann acabou de vez com um problema que ocu-

pou a História da Matemática durante mais de 20 séculos! ★

(2)- Chamamos de *iniciados* todos aqueles pensadores que guardam para si um certo número de conhecimentos que consideram "tabu" para o homem comum.

### BIBLIOGRAFIA

- "o número  $\pi$ ", Gazeta de Matemática, nº 22 - Caraça, Bento de Jesus
- "Conceitos Fundamentais da Matemática" - Caraça, Bento de Jesus
- "L'Histoire des nombres mystérieux", Les Grands Courants de la Pensée Mathématique - Dubreil, Paul
- "Número: a Linguagem da Ciência" - Dantzig, Tobias
- "What is Mathematics?" - R. Courant e H. Robbins
- "Sur la Quadrature du cercle" - Teixeira, Gomes em OBRAS COMPLETAS, VII.
- "Monographs on Modern Mathematics", Young, I. W.A.

**plunk**  
carlos m. fiolhais

PAPÁ: A ESTUPIDEZ É HEREDITÁRIA?



É SIM, MEU FILHO. PORQUÊ PERGUNTAS?



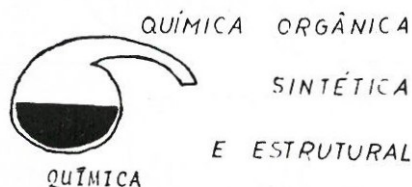
O MEU PROFESSOR CHAMOU-ME ESTÚPIDO!





**INQUÉRITO** (continuado da pág. 13)  
seguir-se organizar um conjunto de seminários que viesse eventualmente a transformar-se num Curso de Pós-Graduação, a exemplo do que, supomos, se pretende fazer no campo da Álgebra. Todavia, dado que o Departamento se encontra presentemente com um reduzido número de docentes ligados à Análise, parece difícil, de momento, tal realização. Enfim, num breve resumo, os assuntos previstos, provisoriamente, para um estudo imediato são os seguintes: Análise Funcional Linear e primeira abordagem à Análise não Linear; investigação de problemas ligados à Análise Funcional e Teoria das Equações Diferenciais, espaços de funções, Equações Elípticas, Problema de Dirichlet e "tipos" de operadores não lineares, este último ponto numa continuação dos resultados obtidos em tese de doutoramento.

iii) Se a ligação entre os diversos grupos de investigação do Departamento é ainda muito ténue, limitando-se presentemente à exposição de seminários abertos a todos os investigadores, é possível que uma colaboração mais concreta se venha a verificar no futuro. Do mesmo modo é provável e desejável que algum tipo de ligação venha a estabelecer-se entre o grupo de Análise e outros meios científicos alheios ao Departamento, quer do país quer no estrangeiro, ligando essa ainda praticamente inexistente, tendo em vista as características deste recém-criado grupo de investigação. De facto, além de alguns artigos publicados em revistas matemáticas estrangeiras, produto do nosso anterior trabalho, os contactos mantidos com outros meios matemáticos não se revestem, neste momento, de qualquer carácter de informação mútua de resultados de pesquisa. É, no entanto, nossa intenção que tal se venha a verificar, bem como, sempre que possível e conveniente, participar em congressos matemáticos e obter a colaboração de professores visitantes que se desloquem ao País.



Dr. Rocha Gonçalves

Nesta linha de investigação podem empreender-se estudos extremamente variados. Assim, um estudo pode concentrar-se sobre o esclarecimento da estrutura de um composto natural, mas podem também efectuar-se trabalhos destinados a esclarecer os mecanismos bioquímicos dos quais dependem a manutenção da vida, a evolução e naturalmente a saúde. Grande parte dos esforços de investigação em Química Orgânica Sintética e Estrutural orientam-se hoje marcadamente com estes objectivos. Em muitos casos, os estudos encontram-se ainda em estádios muito afastados do objectivo ul-

timo, que é a interpretação dos mecanismos bioquímicos, mas só a acumulação de trabalhos e resultados permitirão chegar às metas finais.

Os objectivos imediatos da nossa linha de investigação são o estudo da reacção da plumbagina, composto natural que se conhece ter actividade terapêutica, com tiois. Um tioi é um composto contendo o grupo -SH, grupo que ocorre nas proteínas, em particular nas constituintes do plasma sanguíneo. Através destes estudos estruturais podem obter-se informações importantes relativamente à aplicação da substância como medicamento.

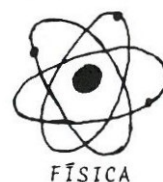
Também está projectada a realização de estudos sintéticos destinados à preparação de modelos moleculares. Trata-se da preparação de moléculas relativamente simples, capazes de mimificar, pelo menos parcialmente, as funções das moléculas complexas que desempenham funções biológicas importantes. Planeia-se a síntese de moléculas, capazes de mimificar as funções de clorofila das hemoproteínas. A primeira é uma substância envolvida na captação da energia solar, em condições de ser utilizada pelos seres vivos. As segundas desempenham um papel importante no processo respiratório.

Estes projectos podem parecer ambiciosos quando apresentados nas suas linhas gerais, mas a sua concretização depende de numerosas pequenas contribuições que são acessíveis e sem as quais não se poderá avançar em direcção ao objectivo final. O que é indispensável é a organização de equipas de trabalho estruturadas em moldes correctos. Isto requer que se já dada aos estudantes a formação científica adequada e que sejam integrados nas equipas de trabalho quando se encontrarem nos anos mais adiantados ou a fazer estudos de pós-graduação. Infelizmente nem sempre se tem trabalhado em condições que conduzam a esta situação e, nos últimos tempos, muitos passos se deram que são nos afastam destes objectivos.

Entre as diferentes linhas de investigação do Departamento de Química, tem-se procurado insistentemente que haja uma interpenetração de temas de interesse. Desta maneira poderão desde já constituir-se grupos de trabalho de dimensão adequada, evitando os inconvenientes do isolamento científico. Também se procura intensificar os contactos com outras equipas nacionais que estão a desenvolver-se nos mesmos moldes. O intercâmbio internacional está aberto através das ligações dos professores que têm estudos e trabalhos realizados em colaboração com centros estrangeiros. Importa desenvolver estas ligações que serão tanto mais frutuosas quanto mais as condições de trabalho se aproximarem das adoptadas por essas equipas estrangeiras.

O problema das ligações de equipas científicas com a sociedade em geral deve entender-se sob uma perspectiva que não é a mais vulgarmente adoptada entre nós. Equipas científicas devidamente estruturadas e trabalhando em pé de igualdade com

as dos centros mais avançados, contribuem para o bem-estar social quer através dos trabalhos desenvolvidos, quer sobretudo através da preparação que conferem às pessoas que nelas trabalham. É nestes moldes que se pretende orientar esta linha de investigação, tal como as restantes do Centro de Química. Quando os temas de trabalho incidem sobre aplicações muito imediatas, poderão resolver-se eventualmente alguns problemas pontuais, mas não se criarão as estruturas científicas capazes de impulsionar o desenvolvimento.



## FÍSICA TEÓRICA

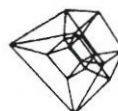
Dr. José Urbano

O Centro de Física Teórica da Universidade de Coimbra, instalado no Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia, destina-se fundamentalmente à investigação nos domínios da teoria quântica dos sistemas de muitos corpos, nomeadamente dos núcleos atômicos e da matéria condensada, e das reacções nucleares.

O pessoal investigador é constituído por 4 professores, 1 técnico-investigador e 6 assistentes da Faculdade, e 1 assistente do INIC, estando propostos 4 novos investigadores.

O Centro de Física Teórica dedica-se também à preparação de novos quadros do ensino superior, tendo-se já realizado, de colaboração com o Departamento de Física, um curso de pós-graduação em Física Teórica e estando outro em curso. Além disso, vários investigadores encontram-se a preparar dissertações de doutoramento, achando-se algumas já em adiantado estado de desenvolvimento.

É intenso o intercâmbio científico com outros institutos de investigação congêneres. Assim, durante o ano transacto visitaram o Centro, onde realizaram seminários e colaboraram nos trabalhos em curso, professores do Instituto Niels Bohr (Dinamarca), da Universidade de Kyoto (Japão), da Universidade de Bonn (Alemanha Federal) e da Universidade de Oxford (Inglaterra), enquanto que dois professores do Centro visitaram os Institutos de Ljubljana (Jugoslávia) e Niels Bohr (Dinamarca). Além disso, o Secretário do Centro, Prof. J. da Providência, realizou seminários na Universidade do Porto e nas Universidades de Siegen, Munique e Frankfurt e no KFA Julich, na Alemanha Federal.





# 1º ENCONTRO

de

## COIMBRA

da

### SOCIEDADE

### PORTUGUESA

de

### MATEMÁTICA

JOÃO FILIPE QUEIRÓ  
(Assistente eventual de Matemática)

O 1º Encontro Regional de Coimbra da Sociedade Portuguesa de Matemática (S.P.M.) teve lugar entre 25 e 28 do passado mês de Setembro no Instituto de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia. A iniciativa da organização pertenceu à Direcção da Delegação Regional da S.P.M., que quis assinalar deste modo o começo das suas actividades após o ressurgimento da Sociedade.

Participaram largas dezenas de professores de Matemática da Zona Centro do País (inclusive de Viseu, de Castelo Branco, etc.).

O Programa do Encontro consistiu na realização de exposições de carácter científico e pedagógico por parte de professores que para isso se ofereceram, para além das inevitáveis sessões de abertura e encerramento. Na generalidade, as sessões suscitaram o interesse dos presentes.

Registe-se e lamente-se que, apesar da maioria dos participantes vir desse sector, apenas um professor (no caso, uma professora) do Ensino Liceal se tenha disposto a falar também. Teria sido interessante ouvir outros professores do Liceu, nomeadamente sobre as suas experiências pedagógicas no ensino da Matemática.

Outro ponto a criticar é o da pouca variedade dos temas abordados. Mas isso deveu-se com certeza à dificuldade em encontrar oradores.

Do programa do Encontro fazia parte uma demonstração das possibilidades do computador da Faculdade na correcção automática de testes. Ideia interessante, poderia talvez ter sido um pouco melhor organizada.

À margem do programa decorreram alguns colóquios sobre temas considerados de interesse durante as sessões ordinárias.

No último dia do Encontro, os participantes reuniram-se para fazer um balanço das actividades e, com base na experiência adquirida, emitir opiniões sobre a forma de levar a efeito futuras iniciativas do género. Referiu-se também a possibilidade de promoção, por parte da S.P.M., de cursos intensivos sobre ramos da Matemática de grande importância hoje em dia (Álgebra Linear, Topologia, etc.). Esses cursos visariam complementar a formação científica dos licenciados mais antigos. Finalmente, sugeriu-se que a S.P.M. apresentasse ao M.E.I.C. (ou M.E.C., conforme a designação que prevalecer na altura) propostas de remodelação dos programas de Matemática do Ensino Secundário. Na verdade, a S.P.M. parece estar mesmo a calhar - entre outros que poderá e deverá assumir - para o papel de porta-voz, junto do Ministério, das opiniões e reflexões sobre os conteúdos dos programas de Matemática que a experiência do dia a dia sugere aos professores. Para tal, terá a S.P.M. de se constituir em centro de diálogo responsável e consciente sobre tão polémica matéria. Possui condições para isso. ★



**HISTÓRIA DA ESTATÍSTICA** (continuado da pág. 20)  
 muito tempo o Cálculo das Probabilidades, ao tentarem aplicá-lo às ciências morais. Quando eles começam a tratar da probabilidade dos depoimentos, das escolhas e das decisões das Assembleias, da probabilidade dos julgamentos dos tribunais, etc., parece bem que se estão a extraviar um pouco...

É verdade que Laplace não se abandonava cegamente à ilusão de contribuir para o progresso moral, mas pronunciava-se pela utilidade das suas especulações. Segundo ele: "Como a maior parte dos nossos juízos se baseia na probabilidade dos testemunhos, é muito importante submetê-la ao cálculo. É verdade que isso se torna muitas vezes impossível... Mas nalguns casos podem resolver-se problemas que têm muitas analogias com as questões que são propostas, e cujas soluções podem ser consideradas como aproximações... Uma aproximação deste género, quando é correctamente levada a efeito, é sempre preferível aos raciocínios mais rebuscados". No entanto, é entre estes raciocínios duvidosos que numerosos críticos não hesitam em colocar as "aproximações" de Laplace...

Ouçamos Gnedenko: "Não podemos calar o facto de que Laplace e Poisson, que tiveram um grande papel no progresso da Teoria das Probabilidades, foram ao mesmo tempo a causa indirecta da sua longa estagnação, característica, na Europa Ocidental, da segunda metade do séc. XIX e das primeiras décadas do séc. XX. Estes dois ilustres sábios preconizaram largamente a aplicação da teoria das probabilidades às ciências morais... O entusiasmo por estas pretensas aplicações, feitas com desprezo pela natureza dos factos e sem prestar atenção às condições que os determinam, prejudicou gravemente o progresso da Teoria das Probabilidades. Todas estas aplicações fundamentalmente erradas foram depois qualificadas de "escândalo matemático". Por causa destes contratempos, o entusiasmo pela Teoria das Probabilidades deu lugar ao desencanto; e espalhou-se largamente entre os matemáticos da Europa Ocidental a opinião de que essa teoria não passava de uma espécie de divertimento matemático sem aplicações importantes e que não merecia a atenção dos cientistas sérios. Nem mesmo os êxitos da Teoria das Probabilidades nas suas aplicações sérias (teoria cinética dos gases, teoria dos erros, teoria do tiro, etc.) conseguiram levar a melhor sobre este erro de julgamento".

N. Bourbaki, numa nota histórica ao capítulo V do seu livro sobre a integração, profere um julgamento semelhante e reconhece, como Gnedenko evidentemente também faz, que foi preciso esperar pela escola russa (Tchebysheff e depois Kolmogorov) para tirar a Teoria das Probabilidades da rotina em que ela tinha caído.

Mas isso é fazer muito pouco caso da escola estatística anglo-saxónica que, nomeadamente com Galton, Pearson e Fischer, está na origem das investigações actuais.

Esta, porém, é outra história... ★

## BIBLIOGRAFIA

- J. P. BENZECRI - Histoire et préhistoire de l'Analyse des données (Cahiers de l'analyse des données)
- E.S. PEARSON e M.G. KENDALL - Studies in the History of Statistics and Probability (Griffin, London 1970)

Trad. de J.F.Q.

## PADRE HIMALAIA (continuado da pág. 10)

Como já se referiu na biografia, devido a contratempos vários, pelo menos em vida dele esta pólvora nunca chegou a ser utilizada em escala apreciável.

### c) OUTROS ASPECTOS

O P.<sup>e</sup> Himalaia dedicou-se a muitas outras coisas. A sua principal preocupação foi sempre o estado de atraso em que Portugal se encontrava em todos os domínios. Não vivendo nós num país rico de recursos, ele considerava que a única saída era a agricultura; e foi sobre ela que ele fez incidir grande parte da sua atenção e trabalho.

Defendia ele a necessidade da escolha racional de culturas e sementes, da implantação de sistemas de irrigação, da arborização de todos os terrenos não aráveis, etc. Na Academia, defendeu continuamente estes pontos de vista, de tal modo que sempre que ela precisava de ser representada, nalgum lado, em assuntos económicos, lá ia o P.<sup>e</sup> Himalaia.

Defendeu igualmente a reforma do ensino, nomeadamente universitário, que acusava de caduco e desligado da realidade. Propôs normas para o melhoramento da higiene pública e a obrigatoriedade de as casas terem esqueleto de betão armado, como protecção contra terramotos, incêndios, e medida de higiene. Fez um estudo sobre os locais mais indicados para a implantação de barragens e respectivas centrais hidroeléctricas, nos principais rios do país, estudo que apresentou e foi arquivado, para variar.

Outro aspecto muito interessante do seu carácter é o facto de ele ser naturalista, e isso desde os seus tempos de Paris, onde abraçou os métodos hidroterápicos do padre alemão Mrs. Koeipp. Defendeu o regime crudífero na Academia em várias ocasiões. Tinha enormes conhecimentos de botânica, nomeadamente medicinal, tendo sempre tratado muita gente sem nenhuma retribuição.

Para finalizar, sabiam que foi ele quem propôs, em 1909-1910, na Academia, a criação de uma nova unidade monetária, em substituição do real, dividida em 10 parcelas de 1 tostão, e equivalente a 1000 réis, unidade que veio a ser criada em 1911, e a que chamamos "escudo"? ★



# ponto de interrogação

Nesta secção são publicadas questões não originais de índole mais ou menos científica e que exigem o dispêndio de uma certa "energia mental" para serem resolvidas. Em cada número incluímos as respostas correctas que nos enviarem relativamente às perguntas do número anterior. As respostas podem ser dirigidas à redacção ou entregues a qualquer um dos elementos da equipa coordenadora.

1. A balança de dois braços do Jorge é falsa. Tem um braço mais comprido que o outro. Um quilo no prato da esquerda equilibra exactamente 8 melões no prato da direita; por outro lado, um quilo no prato da direita equilibra 2 melões no prato da esquerda. Qual o peso de cada melão, supondo que todos eles têm o mesmo peso?

2. Dois barcos vão e vêm ao longo de um rio entre duas cidades. Andam às mesmas velocidades constantes: igualmente rápidos no sentido da corrente, igualmente lentos no sentido contrário.

A determinada hora partem ao mesmo tempo das duas cidades. Cruzam-se a primeira vez a 7Km de uma das cidades. Param cada quatro minutos

nos seus destinos. Recomeçam a viagem e cruzam-se pela segunda vez a 9km da mesma cidade. Qual a distância entre as duas cidades?

3. Tomaram-se mil moedas e distribuíram-se por dez caixas. A distribuição foi feita de tal modo que, dado um número qualquer entre 1 e 1000, se podem sempre agrupar algumas das caixas de forma a que o número total de moedas que essas caixas contêm seja igual ao número dado. Como estão as moedas distribuídas pelas caixas?

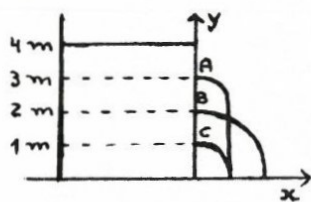
4. Temos dois garrafões cheios de vinho, um de 5 litros e outro de 3 litros, e pretendemos meter 4l num terceiro garrafão cuja capacidade não se conhece mas é "suficientemente grande" (digamos, mais de 8 litros). Qual o melhor modo de proceder?

## RESPOSTAS ÀS QUESTÕES DO Nº ANTERIOR

1) Suponhamos que existe uma periodicidade de no desenvolvimento decimal do número 0,12345... Isto é, ter-se-ia que, ao fim de  $m$  casas decimais, os algarismos se começariam a repetir com um certo período, digamos de  $n$  em  $n$ . Agora basta pensar que nessa dízima, atendendo à maneira como a construímos, deverão aparecer os algarismos do número  $10^{m+n}+1$  (ou qualquer outro convenientemente escolhido) para se concluir que essa periodicidade deixa de ser possível. Logo o referido número é irracional.

2) Consideremos a equação do movimento de uma partícula de água. Segundo o eixo dos XX,

tem-se um movimento uniforme, e segundo o eixo dos YY, um movimento uniformemente acelerado:



$$x = v_0 t$$

$$y = h - \frac{1}{2} g t^2$$

onde  $v_0$  é a velocidade inicial,  $h$  é a altura do "furo" e  $g$  é a aceleração da gravidade.

Eliminamos  $t$  nas equações anteriores

$$y = h - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}$$

e a distância  $X$  a que a partícula cai vem de

$$0 = h - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2}$$

$$x^2 = \frac{2 v_0^2 h}{g}$$

Ora, a pressão num ponto do fluido é proporcional ao quadrado da velocidade média num ponto

$$P = \alpha \bar{v}^2$$

onde  $\alpha$  é a constante de proporcionalidade, para o caso irrelevante.

Do princípio de Pascal, tem-se que no início da experiência

$$P_A = g, \quad P_B = 2g, \quad P_C = 3g$$

donde

$$(v_0^2)_A = \frac{g}{\alpha}, \quad (v_0^2)_B = \frac{2g}{\alpha}, \quad (v_0^2)_C = \frac{3g}{\alpha}$$

conclui-se assim se

$$x_A^2 = \frac{2 \times 3}{\alpha}, \quad x_B^2 = \frac{2 \times 2 \times 2}{\alpha}, \quad x_C^2 = \frac{2 \times 3}{\alpha}$$

donde vem

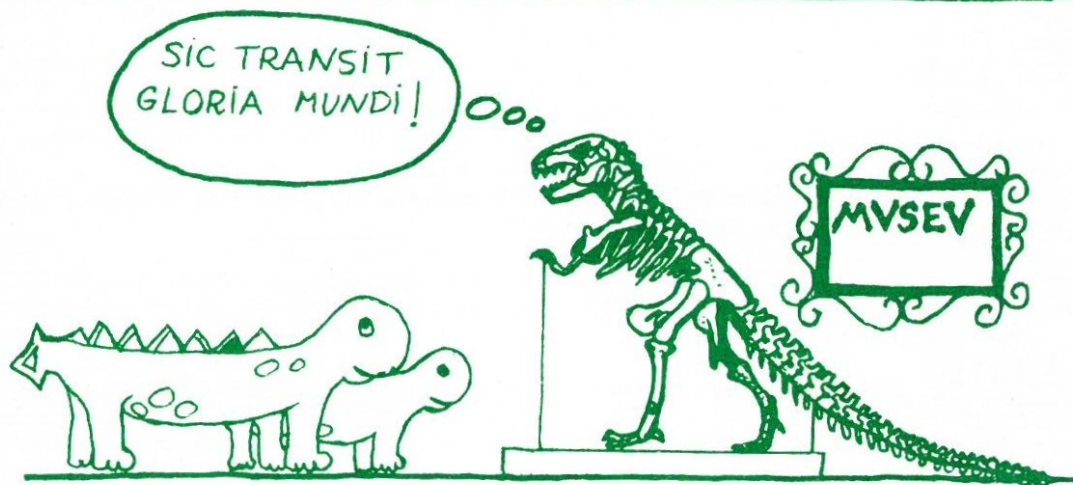
$$x_A = x_C \quad \text{e} \quad x_B > x_A$$



# plunk

o dinossauro

carlos fiolhais 1978



O AUTOR PEDE DESCULPA DE OS ANIMAIS IREM A CAMINHAR PARA A DIREITA, MAS DAVA-LHE MUITO TRABALHO DESENHAR O ESQUELETO 3 VEZES.