Canguru Matemático sem Fronteiras 2014

http://www.mat.uc.pt/canguru/

Categoria: Júnior | Duração: 1h 30min

Destinatários: alunos dos 10.º e 11.º anos de escolaridade

Nome: ______________________________ Turma: __________

Não podes usar calculadora. Em cada questão deves assinalar a resposta correta. As questões estão agrupadas em três níveis: Problemas de 3 pontos, Problemas de 4 pontos e Problemas de 5 pontos. Inicialmente tens 30 pontos. Por cada questão correta ganhas tantos pontos quantos os do nível da questão, no entanto, por cada questão errada és penalizado em 1/4 dos pontos correspondentes a essa questão. Não és penalizado se não responderes a uma questão, mas infelizmente também não adicionas pontos.

Problemas de 3 pontos

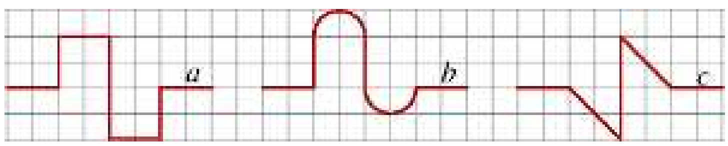
1. Em cada ano, o festival Canguru é realizado na terceira quinta-feira de março. Qual é a primeira data possível para a realização do festival?

(**A**) 14 de março (**B**) 15 de março (**C**) 20 de março (**D**) 21 de março (**E**) 22 de março

2. O cargueiro Brisa do Mar detém o recorde de ser o maior navio porta-contentores a entrar no porto de Sines. Este cargueiro transporta 12500 contentores de igual tamanho justapostos em fila e que se estendem, no máximo, ao longo de 75 km. Qual é o comprimento de cada um dos contentores?

(**A**) 6 m (**B**) 16 m (**C**) 60 m (**D**) 160 m (**E**) 600 m

3. Se a, b e c designam as medidas de comprimento das linhas na figura, que desigualdades estão corretas?



(**A**) $a < b < c$ (**B**) $a < c < b$ (**C**) $b < a < c$ (**D**) $b < c < a$ (**E**) $c < b < a$

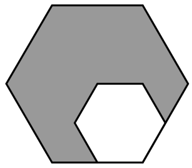
4. Na reta real, qual é o número equidistante de $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$?

(**A**) $\frac{11}{15}$ (**B**) $\frac{7}{8}$ (**C**) $\frac{3}{4}$ (**D**) $\frac{6}{15}$ (**E**) $\frac{5}{8}$

5. O algarismo das unidades do número que representa o ano de 2014 é maior que a soma dos restantes três algarismos. Há quantos anos tal ocorreu, pela última vez, antes de 2014?

(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 7 (**E**) 11

6. Na figura ao lado, os hexágonos representados são regulares e o comprimento do lado do maior hexágono é o dobro do comprimento do lado do outro hexágono. A área do hexágono de menor lado é 4 cm^2. Qual é a área do hexágono de maior lado?



(**A**) 16 cm^2 (**B**) 14 cm^2
(**C**) 12 cm^2 (**D**) 10 cm^2
(**E**) 8 cm^2

7. Qual é a negação da seguinte afirmação "Toda a gente resolveu mais de 20 problemas"?

(**A**) Ninguém resolveu mais de 20 problemas
(**B**) Alguém resolveu menos de 21 problemas
(**C**) Toda a gente resolveu menos de 21 problemas
(**D**) Alguém resolveu exatamente 20 problemas
(**E**) Alguém resolveu mais de 20 problemas

8. O Tomás desenhou um quadrado num referencial cartesiano ortonormado xOy. Uma das suas diagonais fica no eixo dos xx. As coordenadas dos dois vértices no eixo dos xx são $(-1, 0)$ e $(5, 0)$. Qual dos seguintes pares ordenados é o par das coordenadas de outro vértice do quadrado?

(**A**) $(2, 0)$ (**B**) $(2, 3)$ (**C**) $(2, -6)$ (**D**) $(3, 5)$ (**E**) $(3, -1)$

9. Numa certa aldeia, a razão entre o número de homens adultos e o número de mulheres adultas é de $2 : 3$ e a razão entre o número de mulheres adultas e o número de crianças é de $8 : 1$. Qual é a razão entre o número de adultos (homens e mulheres) e o número de crianças?

(**A**) $5 : 1$ (**B**) $10 : 3$ (**C**) $13 : 1$ (**D**) $12 : 1$ (**E**) $40 : 3$

10. Na bicicleta da figura, a roda grande tem 4,2 m de perímetro e a roda pequena tem 0,9 m de perímetro. Num certo momento, as válvulas de ambas as rodas estão no seu ponto mais baixo e de seguida a bicicleta desloca-se 100 m sempre no mesmo sentido. Ao fim de quantos metros percorridos voltam as válvulas a estar novamente no seu ponto mais baixo, pela primeira vez?

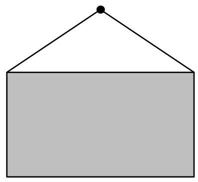
(**A**) 4,2 m (**B**) 6,3 m (**C**) 12,6 m (**D**) 25,2 m (**E**) 37,8 m

Problemas de 4 pontos

11. Este ano, a soma das idades da avó Emília, da sua filha e da sua neta é 100. Se cada uma das idades for uma potência de base 2, em que ano nasceu a neta?

(**A**) 1998 (**B**) 2006 (**C**) 2010 (**D**) 2012 (**E**) 2013

12. O Paulo colocou cinco quadros retangulares na parede cujas dimensões são as indicadas nas opções (A), (B), (C), (D) e (E). Para pendurar cada um dos quadros, ele colocou um prego na parede a uma distância de 2,5 m do chão e prendeu nos dois cantos superiores de cada quadro um fio com 2 m de comprimento. Quais são as dimensões, largura $\times$ altura, do quadro que está mais próximo do chão?

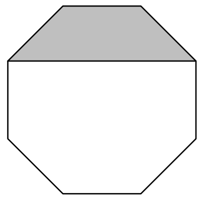


(**A**) 60 cm $\times$ 40 cm (**B**) 120 cm $\times$ 50 cm (**C**) 120 cm $\times$ 90 cm
(**D**) 160 cm $\times$ 60 cm (**E**) 160 cm $\times$ 100 cm

13. Seis raparigas partilham um apartamento com duas casas de banho, que usam todos os dias a partir das 7 horas. Uma de cada vez, todas elas usam a casa de banho durante 9, 11, 13, 18, 22 e 23 minutos, respetivamente. Quando a última rapariga sai da casa de banho elas vão juntas tomar o pequeno almoço. Se elas pretenderem tomar o pequeno almoço o mais cedo possível, a que horas o podem fazer?

(**A**) 7h 48min (**B**) 7h 49min (**C**) 7h 50min (**D**) 7h 51min (**E**) 8h 03min

14. A figura ao lado mostra um octógono regular. A região a cinzento tem 3 cm^2 de área. Qual é a área do octógono?

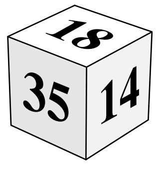


(**A**) $8+4\sqrt{2}$ cm^2 (**B**) 9 cm^2
(**C**) $8\sqrt{2}$ cm^2 (**D**) 12 cm^2
(**E**) 14 cm^2

15. Uma nova espécie de crocodilo foi descoberta em África. No exemplar encontrado, o comprimento da cauda é um terço do comprimento total. A cabeça mede 93 cm de comprimento, o que corresponde a um quarto do comprimento do crocodilo excluindo o comprimento da cauda. Qual é o comprimento deste crocodilo?

(**A**) 558 cm (**B**) 496 cm (**C**) 490 cm (**D**) 372 cm (**E**) 186 cm

16. Na figura ao lado está um dado especial. A soma dos números em quaisquer duas faces opostas é sempre a mesma. Os números que não estão visíveis na figura são todos números primos. Que número está na face oposta à face com o número 14?



(**A**) 11 (**B**) 13 (**C**) 17 (**D**) 19 (**E**) 23

17. A Ana fez uma caminhada de 8 km a uma velocidade de 4 km/h. Depois correu durante algum tempo a uma velocidade de 8 km/h. Durante quanto tempo correu, se no final a velocidade média foi de 5 km/h?

(**A**) 15 min (**B**) 20 min (**C**) 30 min (**D**) 35 min (**E**) 40 min

18. Num campeonato de xadrez, uma vitória corresponde a um ponto, um empate a meio ponto e uma derrota a zero pontos. Um jogador de xadrez jogou 40 partidas e fez 25 pontos. Quantos jogos ganhou a mais do que perdeu?

(**A**) 5 (**B**) 7 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 15

19. As trigémeas Joana, Daniela e Helena queriam comprar três chapéus. Os chapéus tinham o mesmo preço e à Joana faltava-lhe um terço do preço do chapéu, à Daniela um quarto e à Helena um quinto. Quando chegaram os saldos, cada chapéu ficou 9,40 € mais barato. Então as irmãs juntaram as suas economias e cada uma delas comprou um chapéu. Não sobrou dinheiro. Qual era o preço de cada chapéu antes dos saldos?

(**A**) 12 € (**B**) 16 € (**C**) 28 € (**D**) 36 € (**E**) 112 €

20. Sejam p, q e r números inteiros positivos e $p + \dfrac{1}{q + \frac{1}{r}} = \dfrac{25}{19}$. Que número é igual ao produto $p \times q \times r$?

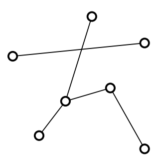
(**A**) 6 (**B**) 10 (**C**) 18 (**D**) 36 (**E**) 42

Problemas de 5 pontos

21. Na equação $N \times U \times (M + E + R + O) = 33$, cada letra representa um algarismo diferente. De quantas maneiras diferentes podemos escolher os valores das letras?

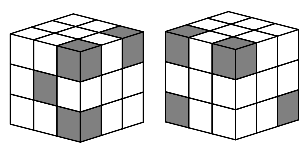
(**A**) 12 (**B**) 24 (**C**) 30 (**D**) 48 (**E**) 60

22. No esquema da figura, o Carlos quer acrescentar alguns segmentos de reta de modo a que cada um dos sete pontos tenha o mesmo número de ligações a outros pontos. Qual é o menor número de segmentos de reta que o Carlos tem de desenhar?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 9 (**E**) 10

23. A figura mostra duas vistas diferentes de um mesmo cubo. O cubo é construído a partir de 27 cubos mais pequenos, sendo cada um deles ou preto ou branco. Qual é o maior número de cubos pretos que poderá ter o cubo maior?



(**A**) 5 (**B**) 7 (**C**) 8 (**D**) 9 (**E**) 10

24. Na ilha mágica, os sapos são ou verdes ou azuis. Num ano, o número de sapos azuis aumentou 60% enquanto que o número de sapos verdes diminuiu 60%. Verificou-se que no final do ano a razão entre o número de sapos azuis e o número de sapos verdes era igual à razão entre o número de sapos verdes e o número de sapos azuis do ano anterior. Qual é a diminuição percentual do número de sapos nesse ano?

(**A**) 0% (**B**) 20% (**C**) 30% (**D**) 40% (**E**) 50%

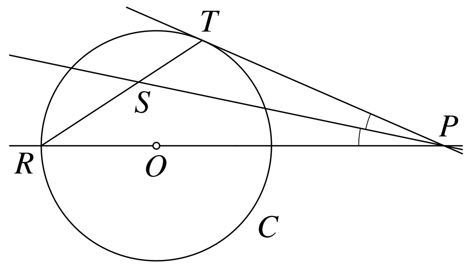
25. O Tomás escreveu vários números inteiros positivos distintos não superiores a 100. O produto de todos os números não é divisível por 18. No máximo, quantos números foram escritos pelo Tomás?

(**A**) 5 (**B**) 17 (**C**) 68 (**D**) 69 (**E**) 90

26. Cada três vértices de um cubo dão origem a um triângulo. Quantos desses triângulos são construídos usando vértices não pertencentes a uma mesma face do cubo?

(**A**) 16 (**B**) 24 (**C**) 32 (**D**) 40 (**E**) 48

27. Na figura, a reta PT é tangente à circunferência C de centro O, a reta PS é uma bissetriz de $\angle TPR$ e a reta PR passa por O. Qual é a amplitude de $\angle PST$?

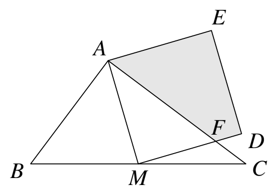


(**A**) 30° (**B**) 45°
(**C**) 60° (**D**) 75°
(**E**) Depende da posição do ponto P

28. Consideremos o conjunto dos números de 7 algarismos que se podem obter usando, para cada número, todos os algarismos 1, 2, 3,..., 7. Se organizarmos esses números numa lista por ordem crescente e depois dividirmos a lista ao meio, de modo a obter duas partes com o mesmo número de elementos, qual será o último elemento da primeira metade da lista?

(**A**) 1234567 (**B**) 3765421 (**C**) 4123567 (**D**) 4352617 (**E**) 4376521

29. Seja $[ABC]$ um triângulo tal que $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm e $\overline{BC} = 10$ cm. Seja M o ponto médio de $[BC]$. Sabemos que $[AMDE]$ é um quadrado e que F é o ponto de interseção de $[MD]$ e $[AC]$. Qual é a área do quadrilátero $[AFDE]$?



(**A**) $\frac{124}{8}$ cm^2 (**B**) $\frac{125}{8}$ cm^2 (**C**) $\frac{126}{8}$ cm^2 (**D**) $\frac{127}{8}$ cm^2 (**E**) $\frac{128}{8}$ cm^2

30. Estão 2014 pessoas, lado a lado, encostadas a uma parede. Uns são cavaleiros e dizem sempre a verdade, os outros são escudeiros e mentem sempre. Cada pessoa diz: "Há mais escudeiros à minha esquerda do que cavaleiros à minha direita". Quantos escudeiros estão encostados à parede?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 1007 (**D**) 1008 (**E**) 2014