

Dia, Ano, Mês

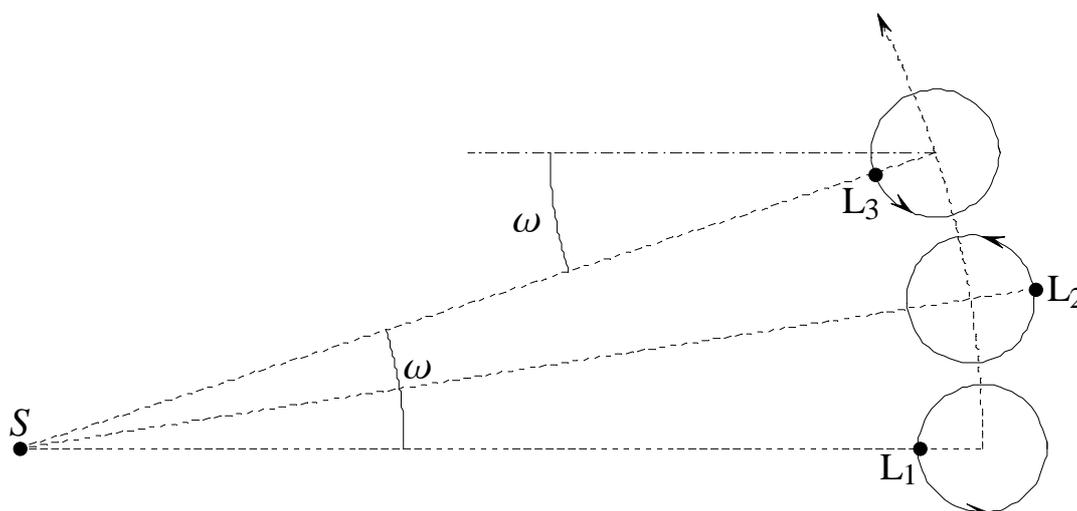
Medição do Tempo

Dia

Recorde que o semi-meridiano de um certo lugar da Terra (que não seja um dos pólos!) é o semi-plano determinado pelo eixo da Terra e por esse lugar. Por definição, *dia solar verdadeiro* é o tempo que decorre entre duas passagens consecutivas do Sol pelo semi-meridiano de determinado lugar.¹ Não é uniforme ao longo do ano, por dois factores fundamentais: a excentricidade da órbita terrestre e a inclinação do eixo de rotação relativamente à Eclíptica. Veremos, mais adiante, o modo como a elipticidade da nossa órbita em redor do Sol influencia a duração dos dias solares. Para já, registre-se que a diferença entre o maior e o menor dias solares verdadeiros é de cerca de 50 segundos.

Assim, e naturalmente, define-se o *dia solar médio* (ou apenas *dia*) como sendo a média anual dos dias solares verdadeiros. O dia solar médio é constante, por definição, mas só em dias muito raros coincide com o dia solar verdadeiro.

Dia sideral é o tempo que a Terra demora a dar uma volta completa em torno do seu eixo, relativamente ao sistema sideral, das estrelas “fixas”. De facto, o dia sideral é mais curto cerca de 4 minutos que o dia solar (verdadeiro ou médio). Para vermos porquê, observemos o diagrama seguinte, que apresenta um modelo com uma simplificação notável relativamente à realidade: admitimos que o eixo NS da Terra é perpendicular² ao plano orbital em redor do Sol.



¹ Teoricamente, é indiferente o lugar que se considera... mas há que excluir os pólos nesta definição. À primeira vista, pode parecer que o dia solar verdadeiro é, também, o tempo que decorre entre duas culminações superiores consecutivas do Sol, em dado lugar. Mas, se repararmos bem, do solstício de Inverno ao de Verão, em cada dia a culminação superior do Sol faz-se *após* a passagem meridiana; do solstício de Verão ao de Inverno, a culminação superior do Sol faz-se *antes* da passagem meridiana.

² É uma simplificação radical, pois sabemos que a inclinação do eixo é de $23^{\circ}27'$. No entanto, a simplificação permite ilustrar a diferença entre o dias solar e sideral, bem como um dos motivos mais importantes que estão na base da variabilidade dos dias solares verdadeiros.

O diagrama mostra a Terra no seu movimento anual em torno do Sol; o plano do papel representa o da Eclíptica, e materializa o sistema de referência em que se observa o movimento, o sistema dito *sideral*, que tem origem no centro do Sol e eixos de direcções (quase) fixas determinadas por estrelas muito distantes. A Terra está representada (em tamanho muito desproporcionado) em três posições distintas: (1) num certo instante inicial, (2) passado meio dia solar, e (3) passado um dia solar do tal instante inicial. Escolhemos uma localidade L sobre o Equador (para simplificar), que está na posição L_1 na qual é meio-dia solar no instante inicial; depois passa à posição L_2 onde é meia-noite solar e à posição L_3 onde é, de novo, meio-dia solar.

Trata-se de três posições consecutivas nas quais o meridiano de L passa pelo Sol. O ângulo ω é o que a linha Sol-Terra descreve nesse dia solar; ω vai ser medido como *fracção-de-volta*; nessas unidades, ω tem um valor médio de cerca de $1/365.25$ de uma volta (que corresponde a pouco menos de 1°).

O dia sideral – D_{Sid} – é o tempo que a Terra leva a completar uma volta em torno do seu eixo, relativamente às estrelas fixas (na figura, relativamente ao suporte de papel); o dia solar – D_{Sol} – é o tempo que decorre de L_1 até L_3 . Portanto, para chegar de L_1 a L_3 , a Terra dá uma volta completa mais a fracção ω de uma volta. Em símbolos: $D_{\text{Sol}} = D_{\text{Sid}} + \omega D_{\text{Sid}}$, ou seja:

$$D_{\text{Sol}} = (1 + \omega) D_{\text{Sid}} .$$

Com esta fórmula podemos quantificar a relação entre os dias sideral e solar(es). Ela implica que $D_{\text{Sol}} - D_{\text{Sid}} = D_{\text{Sol}} / (1 + 1/\omega)$; como $1/\omega$ tem um valor médio de cerca de 365.25, $D_{\text{Sol}} - D_{\text{Sid}}$ anda à volta de $0.00273 D_{\text{Sol}}$, que correspondem a 3 minutos e 56 segundos.

Conclusão: o dia solar (verdadeiro ou médio) é cerca de 4 minutos mais longo que o dia sideral, o ‘dia das estrelas’. Este facto conduz a uma actividade muito interessante de observação da Natureza em movimento. Faça de uma janela de onde possa observar o céu estrelado um pequeno observatório astronómico. Observe o firmamento e note (ou faça notar a alguém que lhe faça companhia) que a rotação da Terra faz com que as estrelas pareçam rodar em torno dum ponto fixo (próximo da Polar); e cada estrela dá uma volta completa ao fim de, *exactamente!*, um dia sideral. Se voltar ao mesmo sítio, na noite seguinte, à mesma hora, as mesmas estrelas lá estarão, e nos mesmos lugares. Nos mesmos lugares, exactamente, mas não exactamente à mesma hora! Verifique isto do seguinte modo. Observe o céu sempre do mesmo ponto de observação: fixe um ponto na janela e marque-o com uma cruz. Depois escolha um ponto de referência lá fora, uma aresta de um telhado vizinho, por exemplo. Escolha uma estrela sua preferida, a que dê mais nas vistas nas imediações. Registe a hora em que a estrela, no seu movimento aparente, toca a aresta do tal telhado, ou outro objecto de referência. Volte lá no dia seguinte, coloque-se, *à mesma hora*, no mesmo ponto de observação... a sua estrela tocará a aresta do telhado com cerca de 4 minutos de atraso.³ E o atraso vai-se acumulando dia a pós dia. Se for lá 10 dias depois, a sua estrela chegará ao seu encontro com 39-40 minutos de atraso.

Explique, a quem queira ouvir, que os relógios de pulso acompanham, de perto, o movimento do Sol, mas o céu roda um pouco mais devagar do que ele.

³ Se chegar adiantada em vez de atrasada, ou com um atraso muito superior a 4 minutos, então trata-se duma *estrela errante*, um planeta!

De facto, enquanto a Terra descreve uma vez a sua órbita em volta do Sol, decorrem 365.2422 dias solares médios; mas, relativamente a um referencial ‘fixo’, a Terra rodou em torno do seu eixo $1+365.2422$ vezes. Assim, 366.2422 dias siderais demoram 365.2422 dias solares a decorrer, pelo que um dia sideral tem uma duração de um dia solar menos $1/366.2422$ de um dia solar; a fracção $1/366.2422$ do dia solar equivale a cerca de 3 minutos e 56 segundos.

Dentro deste tema, considere a seguinte *actividade*: tome duas moedas circulares iguais apoiadas sobre uma mesa; mantendo-as encostadas tangencialmente, fixe uma e faça a outra rolar, sem escorregamento, sobre a periferia da que se manteve imóvel; execute estas operações com cuidado até voltar com a moeda móvel à posição inicial. Quantas voltas deu a moeda móvel em torno do seu centro? Pense agora no mesmo problema, com moedas de tamanhos diferentes; tendo a moeda fixa um diâmetro 365 vezes o diâmetro da móvel, esta terá de rolar 366 vezes sobre o perímetro da fixa até completar a ‘grande volta’.

A fórmula $D_{\text{Sol}} = (1+\omega)D_{\text{Sid}}$ também mostra como o dia solar depende de ω , a velocidade angular da Terra em volta do Sol. De facto, de acordo com a segunda lei de Kepler, o segmento Terra-Sol descreve áreas iguais em tempos iguais, pelo que a velocidade angular da Terra na sua órbita tem o seu máximo no periélio e o mínimo no afélio⁴. Assim, no início de Janeiro, quando ocorre o periélio, o dia solar atinge a maior duração possível anual; no início de Julho, no afélio, tem a menor duração anual. Podemos dizer, em palavras simples, que os dias solares do nosso Inverno são mais longos que os do nosso Verão.⁵

Medição do Tempo

Desde tempos imemoriais que a impressionante regularidade da sucessão dos dias e das noites serviu como relógio natural. Já no século IV aC, Heráclito de Ponte considera o movimento das estrelas como resultado do movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo. As estrelas descrevem, no céu nocturno, órbitas circulares tal como o Sol durante o dia; foi um passo importante, esse de considerar que tais movimentos são ‘aparentes’, isto é, que se explicam melhor atribuindo ao observador, e não aos astros observados, um movimento de rotação. Hiparco de Niceia (c. 130 aC) notou e mediu a diferença (de cerca de 4 minutos) entre o dia solar, isto é, o período do movimento diurno do Sol, e o dia sideral, que é o período do movimento aparente das estrelas. Mas só no tempo de Ptolemeu, no século II da nossa era, se reconhece que a duração do dia solar varia conforme as estações do ano: os dias solares de Janeiro são mais longos cerca de 50 segundos que os de Julho, devido a dois factores cujos efeitos se acumulam: a excentricidade da trajectória do Sol no seu movimento

⁴ A Terra atinge o seu periélio entre 2 e 4 de Janeiro e o afélio entre 3 e 6 de Julho. Veja-se a tabela em anexo.

⁵ A diferença entre o maior e o menor dias solares é de cerca de 50 segundos. Note que este resultado matemático sobre o dia mais longo e o dia mais curto, não está inteiramente de acordo com a realidade, devido ao facto de não termos considerado, no nosso modelo, a inclinação do eixo da Terra.

anual em torno da Terra⁶ e a obliquidade da eclíptica (*i.e.*, a inclinação do eixo de rotação da Terra relativamente ao plano orbital em torno do Sol). O dia solar verdadeiro tem estas variações por resultar da combinação de dois movimentos, o de rotação da Terra em torno do seu eixo e o de translação em volta do Sol, dos quais o último não é uniforme.

Assim, o dia solar verdadeiro passou a não ser um bom padrão de medida do tempo, por apresentar irregularidades que puderam medir-se mediante outro padrão, o dia sideral. Este é produzido por um movimento, o de rotação da Terra, para o qual se não conheciam irregularidades. Mas os avanços tecnológicos, tanto na construção de instrumentos de observação astronómica como na produção de relógios artificiais (mecânicos, electrónicos, atómicos), permitiram, no século passado, detectar irregularidades no movimento de rotação da Terra⁷

O dia sideral surge, pois, como um período de um movimento físico, quando medido num sistema de coordenadas, o *sistema sideral*, ou *das estrelas fixas*, que costumamos centrar no centro do Sol, estabelecendo como eixos de referência certas direcções de estrelas longínquas (tão longínquas que o seu movimento não afecta, para efeitos práticos, as direcções seleccionadas). O dia solar é o período desse mesmo movimento, quando observado num sistema de coordenadas, centrado no Sol, que tem como eixo dos *X*'s a linha que une os centros do Sol e da Terra, como plano *XOY* o plano orbital da Terra (a Eclíptica) e como eixo dos *Z*'s a normal à Eclíptica.

Até ao século XX, o tempo era medido tomando como padrão o dia solar médio. Mas o dia solar médio e o dia sideral aumentam com o decorrer do tempo, cerca de 2 segundos por milénio, devido, principalmente, ao atrito das marés originadas pela atracção lunar, que tende a travar o movimento de rotação da Terra. Tal como a Lua nos mostra sempre a mesma face, também a Terra mostrará, daqui a um par de milhares de milhões de anos,⁸ a mesma face à Lua (qual face?) ficando os dois planetas com movimentos de rotação sincronizados. Na posição de equilíbrio, o dia terrestre terá uma duração igual ao dia lunar e igual ao período de lunação, o das fases da Lua vistas da Terra, o qual é, hoje, de 27.530588831. Este valor tem um aumento anual de cerca de 2 décimos de segundo.

Claro que estas variações só podem apreciar-se por escolha de uma unidade muito rigorosa do tempo, independente do dia solar médio, mais fiável que o dia solar médio. Esse padrão temporal terá que basear-se em movimentos periódicos mais regulares que os movimentos planetários. No século passado os relógios atómicos vieram resolver esse problema: o actual padrão de tempo é o *segundo atómico*, definido como $9.192631770 \cdot 10^9$ vezes o período de oscilação (de certa radiação) do átomo de Césio 133. Esta definição vigorará até que se descubram movimentos mais regulares que os do átomo de Césio.

⁶ Recorde-se que o modelo heliocêntrico só aparece em 1543. De qualquer modo, olhando apenas para a geometria dos movimentos dos dois astros, Sol e Terra, com omissão de todo o resto, tanto faz considerar que a Terra tem um movimento anual de translação em torno do Sol, como considerar que é o Sol que se move anualmente em torno da Terra.

⁷ Há diversas razões que concorrem para a não uniformidade deste movimento, das quais a principal é o atrito das marés, provocado, principalmente, pela atracção lunar (a atracção do Sol e dos planetas participam nas marés, mas em muito menor grau). As marés exercem uma acção de travagem da rotação do nosso planeta, responsável por um aumento sistemático do dia sideral, na ordem de 1 segundo em cada 50 milénios.

⁸ Não é muito tempo quando comparado com os cerca de 4.5 biliões de anos que hoje atribuímos à idade Terra. (Nota: 'bilião' significa milhão de milhões. Nos EUA adopta-se outra definição.)

Ano

Vistas as coisas em termos do observador terrestre, o Sol tem um movimento anual em torno da Terra e atravessa o plano do equador terrestre duas vezes por ano: uma vez no sentido ascendente (de Sul para Norte do equador), outra vez no sentido descendente. Chamam-se *nodos* ou *pontos equinociais* aos pontos de atravessamento do plano equatorial; assim, há o *nodo ascendente*, também chamado *ponto vernal*, que é o ponto da esfera celeste ocupado pelo centro do Sol no equinócio da Primavera, e o *nodo descendente*, ou *ponto outonal*, que é o ponto da esfera celeste ocupado pelo centro do Sol no equinócio de Outono.⁹ Repare-se que a *linha dos nodos*, a recta que une os nodos, é a intersecção do plano equatorial com o plano da eclíptica; se o eixo da Terra mantivesse a sua direcção ao longo do tempo, os nodos seriam pontos fixos do céu, isto é, seriam imóveis relativamente às estrelas ‘fixas’; mas o movimento de precessão do eixo provoca uma rotação da linha dos nodos, sobre o plano da eclíptica, em sentido retrógrado, com um período hoje calculado em cerca de 25780 anos. Significa isto que, no equinócio da Primavera de determinado ano, o Sol ocupa uma posição na esfera celeste diferente da que ocupou no ano anterior, com uma diferença angular de cerca de 50” de grau

Ano trópico é o período das estações do ano, mais precisamente, o tempo que decorre entre dois equinócios vernais consecutivos. Há certas oscilações na duração do ano trópico, com amplitude na ordem dos 20 minutos, devidas à influência do Sol, da Lua e dos outros planetas. Há também lugar para uma definição de *ano trópico médio*, o qual, de acordo com medições recentes, dura 365.2421897 dias solares médios.

Por definição, *ano sideral* é o período de translação da Terra em volta do Sol, medido no sistema sideral. Para o observador terrestre, é o tempo que decorre entre duas passagens consecutivas do Sol pelo mesmo ponto da Esfera Celeste. O movimento retrógrado de precessão da linha dos nodos (ou ‘precessão dos equinócios’) implica que o ano sideral seja mais longo que o ano trópico, fenómeno já detectado por Hiparco. A diferença entre os dois tipos de anos é cerca de $1/25780$ de um ano, ou seja, feitas as contas, cerca de 20 minutos.

No antigo Egipto era hábito marcar o início do ano de acordo com o nascimento heliacal da estrela Sírius, que eles designavam por Serpet e os gregos por Sótis, a estrela mais brilhante do hemisfério norte. Assim, a manhã em que Sotis nascesse imediatamente antes do Sol, marcava o início do ano ‘sótico’. Nos dias que se iam seguindo a esse início de ano, Sírius nascia cada vez mais cedo que o Sol; por exemplo, no décimo dia do ano sótico, a estrela nasce cerca de 40 minutos antes do Sol. O meio do ano sótico ocorria quando Sírius se punha à hora do nascer do Sol, etc. O tempo decorrido entre dois nasceres heliacais consecutivos de Sírius era o ano sótico. Vistas bem as coisas, o que no Egipto antigo se determinava era o ano sideral, o tempo que decorria entre duas passagens consecutivas do Sol ‘pela estrela Sírius’... Claro que havia certa margem de erro na definição de cada ano individual, pois o Sol e Sírius poderiam não estar à mesma altura no instante do nascimento; o erro cometido na medição do início de cada ano sótico andaria à volta de um dia, mas, acumulando muitos anos de observações, o ano sótico médio acaba por ser o ano sideral, com uma precisão tão grande quanto maior fosse o número de anos de observação. Por exemplo, se registassem o número de dias em 100 anos sóticos,

⁹ O equinócio da Primavera ocorre em 20-21 de Março e o de Outono em 21-22 de Setembro.

poderiam obter 36525 ou 36526, digamos, o que permitiria determinar o ano sótico médio com uma aproximação muito boa (o ano sideral é 365.25636). Mas já sabemos que um século sótico difere de um século trópico de algo como 2000 minutos, ou seja, pouco menos que um dia e meio. Foi essa diferença que Hiparco detectou, embora com erro assinalável: o valor que obteve corresponde a um dia de diferença entre o século sótico e o século trópico. Julga-se que Hiparco terá utilizado observações antigas de astrónomos da Babilónia na detecção da precessão dos equinócios.

Mês

Mês lunar (ou *sinódico*) é o período das fases da Lua. Mais precisamente, o tempo que decorre entre duas luas novas consecutivas. Tem, actualmente, a duração de 29.53058885 dias. Há outras definições de mês, que conduzem a durações diferentes, por serem diferentes os sistemas de referências que usamos na definição de uma ‘volta completa’ da Lua em redor da Terra; assim, há os meses ‘sideral’, ‘trópico’, ‘dracónico’ e outros... há, por exemplo, o período em que a Lua retoma a velocidade máxima do seu percurso no fundo do céu estrelado, chamado *mês anomalístico*.¹⁰

Começo do Dia Civil

O início do dia é algo convencional: povos diferentes têm adoptado costumes diferentes a respeito disso. Houve e há os que convencionaram que o dia começa ao pôr do Sol, outros ao nascer do Sol, outros ao meio-dia, ainda outros à meia-noite.

Ao pôr do Sol: Hebreus e Judeus modernos, Chineses, Gregos antigos, Romanos e Italianos até ao século XIX, Muçulmanos;

Ao nascer do Sol: Caldeus, Egípcios, Persas, Sírios, Gregos modernos;

Ao meio-dia solar: antigos Árabes, Ptolemeu e a maioria dos astrónomos;

À meia-noite: astrónomos caldeus, Hiparco, muitos países europeus, os astrónomos a partir de 1925.

Dia e Noite

Os Babilónios dividiam o período diurno em doze partes iguais e o períodos nocturno em doze partes iguais. O número 12 talvez tenha origem no número anual de meses lunares regulares. Essa tradição foi herdada pelos Gregos e pelos Romanos.

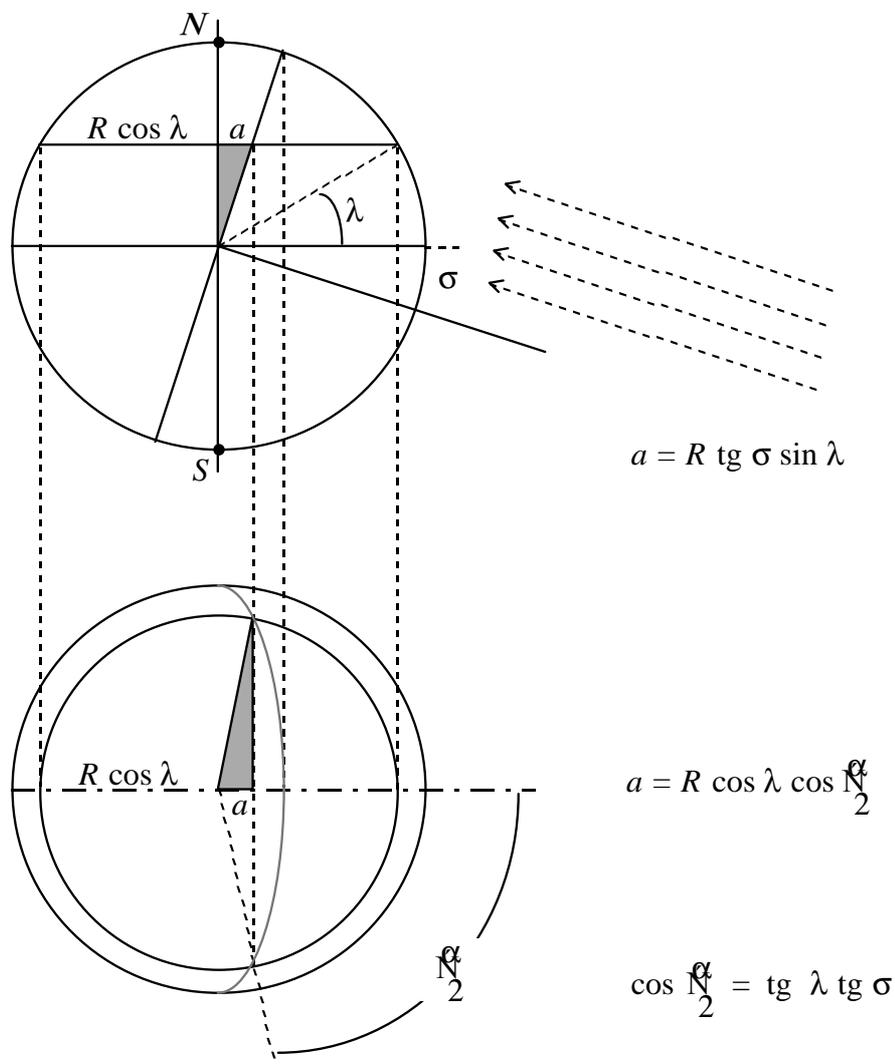
Claro que uma ‘hora’ nocturna tinha duração em geral diferente de uma ‘hora’ diurna: na Primavera e Verão a ‘hora’ diurna durava mais que a ‘hora’ nocturna, invertendo-se a situação no Outono e Inverno; só em dois momentos do ano, nos equinócios, essas ‘horas’ eram iguais.

As horas assim definidas variam, também, conforme a latitude. Para vermos como se processa essa variação, observemos que, em determinado dia do ano, o paralelo de

¹⁰ De acordo com as leis de Kepler, a velocidade máxima da Lua ocorre no perigeu. O mês sideral é de 27.32166 dias, o anomalístico é levemente superior, 27.55455 dias, indicando que a órbita da Lua não é bem uma elipse... pode pensar-se como composição dum movimento à volta de uma elipse, a qual, por seu lado, roda em torno de um foco (onde a Terra está), no sentido directo, com período de cerca de 9 anos.

latitude λ tem um arco iluminado, cuja amplitude denotamos por α , e um arco nocturno de $2\pi-\alpha$. Estas amplitudes dependem do ângulo α que os raios solares fazem com o plano equatorial terrestre no dia considerado. Num modelo simplificado (de Terra esférica) a relação entre λ , α e σ é

$$\cos(\alpha/2) = -\operatorname{tg} \lambda \cdot \operatorname{tg} \sigma .$$



Nesta figura, σ é negativo, o que corresponde a um dia de Outono Inverno. No solstício de Verão ($\sigma = 23^{\circ}27'$), à latitude de Coimbra ($\lambda = 40^{\circ}N12'$), obtemos o valor $\alpha=223^{\circ}$ para o arco diurno; o arco nocturno é, pois, de 137° . Portanto, o tempo diurno e o tempo nocturno estão na relação $T_D/T_N=223/137=1.63$. Na tabela seguinte mostram-se as durações do dia e da noite (em hh:mm) e o quociente T_D/T_N , em diversas cidades:

Latitude	T_D	T_N	T_D/T_N
----------	-------	-------	-----------

Alexandria	31°N12'	14:03	9:57	1.41
Coimbra	40°N12'	14:53	9:07	1.63
Roma	41°N54'	15:03	8:57	1.68
Londres	51°N30'	16:24	7:36	2.16
Reykjavik	64°N09'	20:29	3:31	5.82

Júlio César deixou registada a verificação de que na Inglaterra as noites eram mais curtas que na Itália (durante a Primavera e Verão). A verificação foi feita por clepsidras, as quais se usavam para marcar os períodos de vigilância militar nocturna.

Repare-se que a representação geométrica do solstício de Inverno pode fazer-se mudando muito pouco a do solstício de Verão: basta inverter o sentido dos raios solares, trocando os papéis dos hemisférios nocturno e diurno; portanto, o dia e a noite trocam os seus papéis, T_D e T_N trocam os seus papéis e o quociente T_D/T_N sofre uma inversão.