

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA
PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS
(Código 835 / 21 de Junho de 2006)**

1ª FASE

**1.
1.1.**

REGIÕES	NÚMERO DE PRATICANTES (P)	QUOTA PADRÃO (P:DP)	QUOTA INFERIOR (QI)	PARTE DECIMAL
Minho	561	12,715	12	0,715
Beiras	345	7,820	7	0,820
Alentejo	120	2,720	2	0,720
Ribatejo	870	19,719	19	0,719
Algarve	310	7,026	7	0,026

2 206	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES (TP)
50	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR (R)
44,120	DIVISOR PADRÃO (DP = TP : R)

$$\text{Divisor Padrão, DP} = \frac{2\ 206}{50} = 44,120$$

1.2.

De acordo com a Quota Inferior, obtém-se inicialmente o número de representantes distribuídos a cada região.

Minho – 12
Beiras – 7
Alentejo – 2
Ribatejo – 19
Algarve – 7

o que totaliza 47 representantes, faltando ainda a distribuição de três.

Para decidir a distribuição dos três que ainda faltam, ordenam-se, por ordem decrescente, as várias partes decimais das Quotas Padrão,

Beiras 0,820	Alentejo 0,720	Ribatejo 0,719	Minho 0,715	Algarve 0,026
↓	↓	↓		
+1	+1	+1	representantes	

Desta forma a distribuição final dos representantes é

REGIÕES	NÚMERO DE REPRESENTANTES
Minho	12
Beiras	8
Alentejo	3
Ribatejo	20
Algarve	7

1.3.1.

REGIÕES	NÚMERO DE PRATICANTES (P)	QUOTA PADRÃO (P:DP)	QUOTA INFERIOR (QI)	PARTE DECIMAL
Minho	561	12,728	12	0,728
Beiras	345	7,828	7	0,828
Alentejo	120	2,723	2	0,723
Ribatejo	870	19,739	19	0,739
Algarve	310	7,033	7	0,033
Madeira	130	2,950	2	0,950

2 336	NÚMERO TOTAL DE PRATICANTES (TP)
53	REPRESENTANTES A DISTRIBUIR (R)
44,075	DIVISOR PADRÃO (DP = TP : R)

$$\text{Divisor Padrão, DP} = \frac{2\,336}{53} = 44,075$$

1.3.2.

Com a entrada da região da Madeira, o número total de praticantes passa para 2 336. O divisor padrão, que era de 44,120 para um total de praticantes de 2 206 (antes da entrada da Madeira), indica que cada um dos 50 representantes iniciais corresponde a 44,120 praticantes. Para que esta proporção se mantenha, com a entrada da Madeira, ao aumento de 130 praticantes, terá que corresponder

um aumento de $\frac{130}{44,120} \approx 3$ representantes. Ou seja, deverá passar-se de 50 para 53 representantes.

Com base na tabela anteriormente preenchida, vejamos a distribuição dos 53 representantes. A partir da Quota Inferior já há a distribuição de 49 dos representantes.

Minho – 12
 Beiras – 7
 Alentejo – 2
 Ribatejo – 19
 Algarve – 7
 Madeira – 2

Os quatro representantes em falta vão-se distribuir a partir da ordenação por ordem decrescente da parte decimal das Quotas Padrão

Madeira 0,950	Beiras 0,828	Ribatejo 0,739	Minho 0,728	Alentejo 0,723	Algarve 0,033
↓	↓	↓	↓		
+1	+1	+1	+1		representantes

A distribuição final fica:

REGIÕES	NÚMERO DE REPRESENTANTES
Minho	13
Beiras	8
Alentejo	2
Ribatejo	20
Algarve	7
Madeira	3

Comparando com a distribuição anterior, observamos que os três representantes que passaram a existir provocados pela participação da Madeira foram totalmente absorvidos por esta região. O Minho ganha mais um representante e o Alentejo tem razão para se sentir prejudicado pois perde um representante, o que evidencia as limitações do método de Hamilton.

2.

2.1.

Rendimento global do casal – €10 950 + €10 000 = €20 950

Rendimento colectável - €20 950 : 2 = €10 475

Cálculo da colecta:

Com este rendimento colectável o casal encontra-se no 3º escalão (taxa a aplicar: 23,5%; parcela a abater: €799,78

Aplicação da taxa de imposto - €10 475 * 0,235 = €2 461,63

Dedução da parcela a abater - €2 461,63 - €799,78 = €1 661,85

Colecta: €1 661,85 * 2 = €3 323,79

O valor de IRS que este casal pagou foi de €3 323,79

2.2.

- Cálculo do IRS com a prestação do serviço, no Natal:

Rendimento global do casal – €12 500 + €500 + €1 000 = €14 000

Rendimento colectável - €14 000 : 2 = €7 000

Cálculo da colecta:

Com este rendimento colectável o casal encontra-se no 3º escalão (taxa a aplicar: 23,5%; parcela a abater: €799,78

Aplicação da taxa de imposto - €7 000 * 0,235 = €1 645

Dedução da parcela a abater - €1 645 - €799,78 = €845,22

Colecta: €845,22 * 2 = €1 690,44

- Cálculo do IRS sem a prestação do serviço, no Natal:

Rendimento global do casal – €12 500 + €500 = €13 000

Rendimento colectável - €13 000 : 2 = €6 500

Cálculo da colecta:

Com este rendimento colectável o casal passa a estar no 2º escalão (taxa a aplicar: 13%; parcela a abater: €108,78

Aplicação da taxa de imposto - €6 500 * 0,13 = €845

Dedução da parcela a abater - €845 - €108,78 = €736,22

Colecta: €736,22 * 2 = €1 472,44

De facto, se o casal aceitar o serviço, muda do 2º para o 3º escalão, e por isso de uma taxa de 13% para uma taxa de 23,5%. Isso significa que terá que pagar mais de IRS

IRS, com o serviço de Natal - €1 690,44

IRS, sem o serviço de Natal - €1 472,44

Mas como o rendimento, com o serviço de Natal, é maior, apesar de se ter de pagar mais de IRS, a quantia com que o casal ficará no final, será maior também:

Rendimento final = Rendimento – IRS

Rendimento final (com o serviço no Natal) = €14 000 - €1 690,44 = €12 309,56

Rendimento final (sem o serviço no Natal) = €13 000 - €1 472,44 = €11 527,56

Pelo que o Manuel não tem razão.

3.

3.1.

Acertar **apenas** à terceira tentativa, significa que se falhou nas duas primeiras tentativas.

Se em cada tentativa a probabilidade de entrar é de 0,8 isso quer dizer que, em cada tentativa, a probabilidade de não entrar é de 0,2

Então a probabilidade pretendida é: $0,2 * 0,2 * 0,8 = 0,032$

3.2.

Ao restringir-se a amostra aos frequentadores presentes, em determinado momento, na sala, todos aqueles utilizadores que tentaram entrar no *site*, mas não conseguiram e porventura desistiram, viram-se excluídos de entrar em tal amostra. Os resultados provenientes de uma amostra assim constituída, poderão ser enviesados uma vez que incidem apenas sobre aqueles, que em determinado momento, conseguiram efectivamente aceder ao *site* (independentemente do número de tentativas que tenham feito), deixando de fora todos aqueles que estando interessados em aceder não o conseguiram fazer, afectando obviamente o valor da taxa de entrada à primeira tentativa. Uma amostra mais representativa para este estudo deveria ser obtida a partir do universo daqueles que efectivamente tenham tentado aceder ao *site* (tendo ou não conseguido fazê-lo).

3.3.

A proporção de inquiridos que conseguiram entrar à primeira tentativa foi de $\hat{p} = \frac{39}{50} = 0,78$

Dimensão da amostra = 50

$z = 1,960$

O intervalo de confiança pretendido é dado por:

$$\left[0,78 - 1,960 \times \sqrt{\frac{0,78 \times (1 - 0,78)}{50}}; 0,78 + 1,960 \times \sqrt{\frac{0,78 \times (1 - 0,78)}{50}} \right] =]0,665 ; 0,895[$$

3.4.

Introduzindo os valores na calculadora e determinando a regressão linear obtêm-se os seguintes valores, com aproximação às centésimas, para a recta de regressão $y = ax + b$

$a = 3,85$

$b = 4,94$

O gráfico obtido na calculadora é o seguinte:

