

**Proposta de Resolução do Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais
Cod. 835 – 1ª Fase 2009**

1.

1.1. Distribuição dos 9 mandatos aplicando o método de Hondt:

		Partidos				
		A	B	C	D	E
Divisores	Votos	454	438	49	463	29
	1	454	438	49	463	29
	2	227	219	24.5	231.5	14.5
	3	151.33	146	16.33	154.33	9.67
	4	113.5	109.5	12.25	115.75	7.25

Por observação da tabela podemos concluir que os partidos A, B e D conquistam 3 mandatos cada.

Distribuição dos 9 mandatos aplicando o método de Hamilton:

- Cálculo do Divisor Padrão:

$$\frac{\text{Número total de votos}}{\text{Número de mandatos}} = \frac{454 + 438 + 49 + 463 + 29}{9} = \frac{1433}{9} \approx 159,22 \quad (2 \text{ c. d.})$$

Partido	Número de votos	Quota Padrão	Parte Inteira	Ordenação das partes decimais por ordem decrescente	Mandatos a acrescentar	Total de mandatos
A	454	2.85	2	2º	1	3
B	438	2.75	2	3º	1	3
C	49	0.31	0	4º		0
D	463	2.91	2	1º	1	3
E	29	0.18	0	5º		0
Total	1433	----	6	----	3	9

R.: Com o método de Hamilton a distribuição dos mandatos pelas listas concorrentes de facto coincide com a distribuição produzida pelo método de Hondt. Os partidos A, B e D conquistam em ambos os casos três mandatos cada.

2. A pontuação obtida por cada um dos candidatos é a seguinte:

$$\text{Nuno} - 25 \times 4 + 40 \times 2 + 15 \times 4 + 10 \times 3 + 5 \times 3 = 285 \text{ pontos}$$

$$\text{Pedro} - 25 \times 1 + 40 \times 4 + 15 \times 1 + 10 \times 4 + 5 \times 4 = 260 \text{ pontos}$$

$$\text{Ana} - 25 \times 3 + 40 \times 1 + 15 \times 2 + 10 \times 2 + 5 \times 1 = 170 \text{ pontos}$$

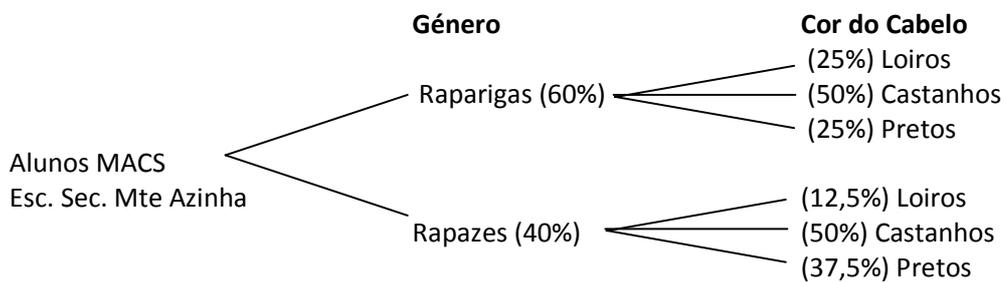
$$\text{Inês} - 25 \times 2 + 40 \times 3 + 15 \times 3 + 10 \times 1 + 5 \times 2 = 235 \text{ pontos}$$

Obs: 1ª preferência - 4 pontos; 2ª preferência - 3 pontos; 3ª preferência - 2 pontos;
4ª preferência - 1 ponto

Concluimos que o Nuno é o candidato vencedor com 285 pontos.

3.

3.1.



A probabilidade da pessoa escolhida ter cabelo loiro é dada por $0,60 \times 0,25 + 0,40 \times 0,125 = 0,2$. Ou seja, 20%

3.2. Designe-se por:

- $P(F|P)$ - probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ser rapariga, sabendo que tem cabelo preto;

- $P(F \cap P)$ - probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ser uma rapariga com cabelo preto;

- $P(P)$ - probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso ter cabelo preto

Tem-se:

$$P(F|P) = \frac{P(F \cap P)}{P(P)} = \frac{0,60 \times 0,25}{0,60 \times 0,25 + 0,40 \times 0,375} = \frac{0,15}{0,30} = 0,50$$

Ou seja, 50%.

4.

4.1. Introduzindo os valores nas listas da calculadora:

L1	L2
1250	425
2800	600
1900	550
1650	425
1300	400
1800	575
1200	375
2500	600
1350	375
2100	550
1200	350
1500	400

Obtém-se o seguinte valor para o coeficiente de correlação linear: $r \approx 0,9$

O que indica uma associação linear positiva forte, uma vez que o valor de r , sendo positivo, se encontra muito próximo do valor máximo possível 1.

4.2.1. Determinando na calculadora a regressão linear a partir dos dados inseridos nas listas já indicadas, obtém-se:

$$a \approx 0,1656$$
$$b \approx 185,1833$$

4.2.2. Definindo no editor de funções da calculadora a expressão da recta de regressão encontrada na alínea anterior:

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1= .16558638849
504X+185.1833097
0224
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
```

Consultando a tabela associada,

X	Y1	
1750	474.96	
1751	475.13	
1752	475.29	
1753	475.46	
1754	475.62	
1755	475.79	
1756	475.95	

X=1750

Vemos que para o valor de $x = 1750$ corresponde um valor de $y = 474,96$

Podemos então estimar que as despesas de alimentação de um agregado familiar cujo rendimento mensal é de € 1750, é de cerca de € 475

- 4.3.** Utilizando os dados já introduzidos na lista L1 da calculadora em **4.1.**, obteve-se para o rendimento mensal dos doze agregados familiares a média amostral € 1 712,5 e mediana € 1 575.

Alterando apenas na segunda linha de L1 o valor 2800 para 8000, encontrou-se para a nova média amostral € 2 145,83 e o valor da mediana manteve-se em € 1 575.

A medida que acusa a modificação dos dados é a média, tendo consequentemente sofrido alteração quando um dos dados se aumentou significativamente. A média é sensível mesmo quando se trata da alteração de apenas um dos dados. Já a mediana, em ambas as situações, traduz que 50 % dos rendimentos mensais dos agregados familiares se situam acima e abaixo de €1 575. A mediana permaneceu inalterável, mesmo após a diferença introduzida sobre o rendimento mensal do agregado do António, é portanto uma medida mais resistente.

- 4.4.** O intervalo pedido é dado pela expressão $\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$

onde

$$\bar{x} = 270;$$

$$s = 100;$$

$$n = 50$$

Como o nível de confiança pedido é 95%, z tomará o valor de 1,960.

Donde:

$$\left] 270 - 1,960 \times \frac{100}{\sqrt{50}}, 270 + 1,960 \times \frac{100}{\sqrt{50}} \right[$$

Ou seja,] 242,28 ; 297,72 [

5.

5.1.

	Vencimento na situação A (€)	Vencimento na situação B (€)
1º mês	1 280,00	450,00
2º mês	1 280,00	495,00
3º mês	1 280,00	544,50
4º mês	1 280,00	598,95

5.2.

Para se saber, qual das situações, situação A ou situação C, é mais vantajosa para o Manuel, tem de se determinar o total de dinheiro recebido, durante cinco anos, em cada um dos casos.

Comece-se por determinar o valor do vencimento do 12º mês:

Situação A	Situação C
€1 280	$800 \times 1,05^{12-1}$, ou seja, de €1 368,27

Determine-se a soma total dos vencimentos a receber desde o 1º mês do 1º ano até ao último mês do 1º ano:

Situação A	Situação C																																																																										
12 x 1280, ou seja, €15 360	<table border="1"> <thead> <tr> <th>L1</th> <th>L2</th> <th>L3</th> <th>Σ</th> <th>L1</th> <th>L2</th> <th>L3</th> <th>Σ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>800</td> <td>-----</td> <td></td> <td>7</td> <td>1072.1</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>840</td> <td></td> <td></td> <td>8</td> <td>1125.7</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>882</td> <td></td> <td></td> <td>9</td> <td>1182</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>926.1</td> <td></td> <td></td> <td>10</td> <td>1241.1</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>972.41</td> <td></td> <td></td> <td>11</td> <td>1303.1</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>1021</td> <td></td> <td></td> <td>12</td> <td>1368.3</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>1072.1</td> <td></td> <td></td> <td>-----</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="4">L2(1)=800</td> <td colspan="4">L2(12) =</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <tr> <td>SUM(L2)</td> </tr> <tr> <td>12733.70122</td> </tr> </table> <p>Ao fim dos 12 primeiros meses receberia : €12 733,70</p>	L1	L2	L3	Σ	L1	L2	L3	Σ	1	800	-----		7	1072.1			2	840			8	1125.7			3	882			9	1182			4	926.1			10	1241.1			5	972.41			11	1303.1			6	1021			12	1368.3			7	1072.1			-----				L2(1)=800				L2(12) =				SUM(L2)	12733.70122
L1	L2	L3	Σ	L1	L2	L3	Σ																																																																				
1	800	-----		7	1072.1																																																																						
2	840			8	1125.7																																																																						
3	882			9	1182																																																																						
4	926.1			10	1241.1																																																																						
5	972.41			11	1303.1																																																																						
6	1021			12	1368.3																																																																						
7	1072.1			-----																																																																							
L2(1)=800				L2(12) =																																																																							
SUM(L2)																																																																											
12733.70122																																																																											

Finalmente calculem-se os valores finais, ou seja, a soma total dos vencimentos a receber desde o 1º mês do 1º ano até ao último mês do 5ºano , em cada uma das seguintes situações:

Situação A	Situação C
15 360 x 5, ou seja €76 800	12 733,70 + 1 368,27 x 4 x 12, o que totaliza: €78 410,66

Se o contrato do Manuel tiver a duração de cinco anos, na situação A receberia €76 800, enquanto que na situação C totalizaria €78 410,66, o que permite concluir que a opção C é mais vantajosa.

5.3.

No primeiro mês, embora o vencimento seja de €1 280, como há uma redução de 17%, efectivamente o Manuel só receberá 83%, ou seja,

$$1280 \times 0,83 = 1062,40.$$

O Manuel recebeu €1 062,40.