## Proposta de Resolução do Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais
## Cod. 835 – 2ª Fase 2009

**1.**

**1.1.** Para poder emitir opinião sobre a existência de alguma vantagem, ou desvantagem, em se agruparem duas das modalidades desportivas – Golfe e Ténis -, na distribuição dos 12 lugares da direcção pelos representantes das diferentes modalidades, determinemos o número de lugares atribuídos antes e depois de se agruparem o Golfe e o Ténis.

Distribuição do número de lugares pelos representantes de cada modalidade sem se agrupar o Golfe com o Ténis:

| | Modalidades desportivas | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nº praticantes | Basquetebol | Futebol | Ténis | Golfe | Râguebi |
| Divisores | 186 | 218 | 91 | 45 | 191 |
| 1 | 186,00 | 218,00 | 91,00 | 45,00 | 191,00 |
| 2 | 93,00 | 109,00 | 45,50 | 22,50 | 95,50 |
| 3 | 62,00 | 72,67 | 30,33 | 15,00 | 63,67 |
| 4 | 46,50 | 54,50 | 22,75 | 11,25 | 47,75 |
| 5 | 37,20 | 43,60 | 18,20 | 9,00 | 38,20 |
| 6 | 31,00 | 36,33 | 15,17 | 7,50 | 31,83 |

| Nº de elementos para a direcção | 3 | 4 | 1 | 0 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|

Distribuição do número de lugares pelos representantes de cada modalidade agrupando o Golfe com o Ténis:

| | Modalidades desportivas | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nº praticantes | Basquetebol | Futebol | Golfe e Ténis | Râguebi |
| Divisores | 186 | 218 | 136 | 191 |
| 1 | 186,00 | 218,00 | 136 | 191,00 |
| 2 | 93,00 | 109,00 | 68 | 95,50 |
| 3 | 62,00 | 72,67 | 45,33 | 63,67 |
| 4 | 46,50 | 54,50 | 34 | 47,75 |
| 5 | 37,20 | 43,60 | 27,20 | 38,20 |
| 6 | 31,00 | 36,33 | 22,67 | 31,83 |

| Nº de elementos para a direcção | 3 | 4 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|

Se se associassem, o Golfe e Ténis ganhariam um elemento para a direcção, sendo retirado ao Râguebi, concluindo-se assim que há vantagem nesta associação em termos da representatividade dos praticantes.

**1.2.**

| | Modalidade desportiva | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Basquetebol** | **Futebol** | **Ténis** | **Golfe** | **Râguebi** | **Total** |
| **Nº praticantes** | 186 | 218 | 91 | 45 | 191 | 731 |
| **Fracção** | $\frac{186}{731}$ | $\frac{218}{731}$ | $\frac{91}{731}$ | $\frac{45}{731}$ | $\frac{191}{731}$ | 1 |
| **Quantia (€)** | $\frac{186}{731} \times 10\,965 =$ 2 790 | $\frac{218}{731} \times 10\,965 =$ 3270 | $\frac{91}{731} \times 10\,965 =$ 1365 | $\frac{45}{731} \times 10\,965 =$ 675 | $\frac{191}{731} \times 10\,965 =$ 2865 | 10 965 |

**1.3.** Escolhidos ao acaso, um a seguir ao outro, dois praticantes do clube, a probabilidade de serem praticantes de Râguebi calcula-se:

$$\frac{191}{731} \times \frac{190}{730} \approx 6{,}8\%$$

**2.**

**2.1.** Se tem de entregar gás natural em todas as cidades representadas no grafo terá de entregar gás em Faro antes de regressar a Sines. Para ir a Faro tem de percorrer o trajecto Lagos - Faro e para voltar a Sines tem de repetir necessariamente o trajecto que liga Faro a Lagos.
É impossível organizar um circuito que percorra todas as cidades, todos os trajectos e que cada um seja percorrido uma e uma só vez pelos factos apresentados anteriormente.

**2.2.**

| | | | | | | | | | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sines | 172 | Évora | 406 | Porto | 125 | Vila Real | 559 | Sines | **1262** |
| | | | 525 | Vila Real | 125 | Porto | 442 | Sines | 1264 |
| | 442 | Porto | 406 | Évora | 525 | Vila Real | 559 | Sines | 1932 |
| | | | 125 | Vila Real | 525 | Évora | 172 | Sines | 1264 |
| | 559 | Vila Real | 525 | Évora | 406 | Porto | 442 | Sines | 1932 |
| | | | 125 | Porto | 406 | Évora | 172 | Sines | **1262** |

Nos seis circuitos possíveis dois têm a extensão de 1262 km, outros dois têm a extensão de 1264 km e os últimos dois têm a extensão de 1932 km.
Aos circuitos de extensão mínima corresponde o preço de:

$$1\ 262 \times 2 \times 0{,}92 = 2\ 322{,}08$$

Ou seja, o preço mínimo a pagar pelo transporte é de 2 322,08 €.

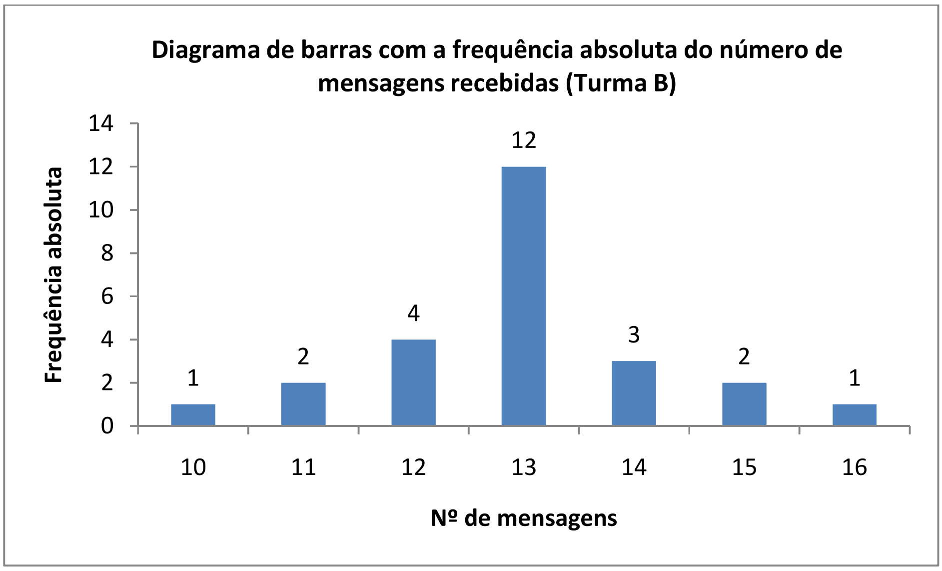
**3.**

**3.1.**

**3.1.1.** Apresentando as frequências pedidas numa tabela:

| Nº de mensagens recebidas | Frequência relativa | Frequência relativa acumulada |
|---|---|---|
| **10** | 0,04 | 0,04 |
| **11** | 0,08 | 0,12 |
| **12** | 0,16 | 0,28 |
| **13** | 0,48 | 0,76 |
| **14** | 0,12 | 0,88 |
| **15** | 0,08 | 0,96 |
| **16** | 0,04 | 1 |
| **Total** | **1** | |

**3.1.2.**




**3.2.** Recorrendo à máquina calculadora para determinar as estatísticas pedidas, obtêm-se:

**Turma A**

```
1-Var Stats
 x̄=12.96
 Σx=324
 Σx²=4486
 Sx=3.45784133
 σx=3.387978748
↓n=25
```

**Turma B**

```
1-Var Stats
 x̄=12.96
 Σx=324
 Σx²=4240
 Sx=1.306394529
 σx=1.28
↓n=25
```

Conclui-se que a média em ambas as turmas é 12,96 mensagens, mas os desvios padrão são diferentes: 3,39 na turma A e 1,28 na turma B.

Sendo as médias das duas turmas iguais, os desvios padrão serão necessariamente diferentes porque na turma B, a observação 13 (valor aproximado da média) é aquela que tem maior frequência absoluta e as observações inferiores ou superiores a 13 têm frequências absolutas menores, e quanto mais os valores se distanciam de 13, menor será essa frequência. Há uma baixa variabilidade dos dados relativamente à média.

Na turma A, apesar de a observação 13 ser igualmente a que tem maior frequência absoluta, existe uma maior amplitude amostral ($19-6=13$), do que na turma B ($16-10=6$), e observa-se que valores mais afastados da média, como por exemplo 10 ou 16 têm frequências absolutas superiores a valores mais perto da média, como por exemplo 11 ou 15, respectivamente. Há portanto uma maior variabilidade dos dados relativamente à média na turma A do que na turma B, o que se traduz num desvio padrão maior, e poderá ter sido este o raciocínio do António para ter feito aquela afirmação.

**3.3.** O intervalo pedido é dado pela expressão $\left]\hat{p}-z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p}+z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$

onde

$\hat{p}=\dfrac{125}{250}=0{,}5$

$n=250$

Como o nível de confiança pedido é 95%, $z$ tomará o valor de 1,960.

Donde:

$$\left]0{,}5-1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{250}}\ ;\ 0{,}5+1{,}96\sqrt{\frac{0{,}5(1-0{,}5)}{250}}\right[$$

Ou seja, $]\ 0{,}44\ ;0{,}56\ [$

**4.** Designe-se por:

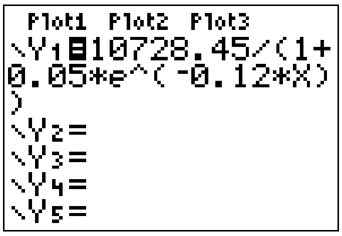
- $P(A|N)$ - probabilidade de um televisor escolhido ao acaso ser produzido pela fábrica Alfa, sabendo que ele se destina ao mercado nacional;
- $P(N)$ – probabilidade de um televisor escolhido ao acaso se destinar ao mercado nacional;
- $P(A\cap N)$ - probabilidade de um televisor escolhido ao acaso ser produzido pela fábrica Alfa e se destinar ao mercado nacional;
- $P(B\cap N)$ - probabilidade de um televisor escolhido ao acaso ser produzido pela fábrica Beta e se destinar ao mercado nacional.

Tem-se:

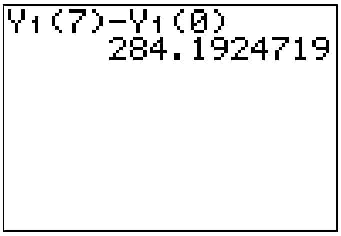
$$P(A|N)=\frac{P(A\cap N)}{P(N)}=\frac{P(A\cap N)}{P(A\cap N)+P(B\cap N)}=\frac{0{,}5\times\frac{1}{3}}{0{,}5\times\frac{1}{3}+0{,}5\times\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}}=\frac{12}{3\times 7}=\frac{4}{7}$$

Ou seja, a probabilidade pedida é $\frac{4}{7}$.

**5.** Definindo no editor de funções da calculadora a expressão do modelo matemático que permite descrever, em milhares, o número de residentes em Portugal:




Podemos agora encontrar a resposta, bastando para isso determinar a diferença entre a imagem de $t = 7$ (final de 2007), por $P$, e a imagem de $t = 0$ (final de 2000), por $P$.




Podemos então concluir que, desde o final do ano 2000 até ao final do ano 2007, o número de residentes em Portugal aumentou em 284 milhares de indivíduos.