

Proposta de Resolução do Exame de **M**atemática **A**plicada às **C**iências **S**ociais

Cód. 835 - 1ª Fase 2011

1.1

Para a análise da situação descrita fez-se a distribuição dos mandatos com as hipóteses de coligação descritas:

Coligação C+D

Número de votos da eventual coligação: $28\ 867 + 13\ 971 = 42\ 838$

Partidos	A	B	C+D	E
Número de votos:	80676	74745	42838	6148
Dividir por:				
1	80676,0	74745,0	42838,0	6148,0
2	40338,0	37372,5	21419,0	3074,0
3	26892,0	24915,0	14279,3	2049,3
4	20169,0	18686,3	10709,5	1537,0
5	16135,2	14949,0	8567,6	1229,6
Número de mandatos:	4	3	2	0

Coligação C+E

Número de votos da eventual coligação: $28\ 867 + 6\ 148 = 35\ 015$

Partidos	A	B	C+E	D
Número de votos:	80676	74745	35015	13971
Dividir por:				
1	80676,0	74745,0	35015,0	13971,0
2	40338,0	37372,5	17507,5	6985,5
3	26892,0	24915,0	11671,7	4657,0
4	20169,0	18686,3	8753,8	3492,8
5	16135,2	14949,0	7003,0	2794,2
Número de mandatos:	4	4	1	0

Da análise dos quadros anteriores podemos concluir que o presidente do Partido C tem razão relativamente à eventual coligação com o partido D, mas não relativamente à coligação com o partido E. Caso os Partidos C e D tivessem concorrido coligados teriam conseguido mais um mandato (com prejuízo do Partido B). Quanto a uma coligação entre os partidos C e D, esta apenas conseguiria eleger um mandato, ou seja, o mesmo que o partido C elegeu sem qualquer coligação.

1.2

Procede-se de seguida à aplicação do método de Webster:

Número total de votos: $80\,676 + 74\,745 + 28\,867 + 13\,971 + 6\,148 = 204\,407$

Número total de mandatos: $4 + 4 + 1 = 9$

Divisor padrão: $\frac{204407}{9} \approx 22711,889$

Partidos	A	B	C	D	E
Número de votos:	80676	74745	28867	13971	6148
Quota padrão:	3,552	3,291	1,271	0,615	0,271
Quota arredondada:	4	3	1	1	0
Número de mandatos:	4	3	1	1	0

Da análise da tabela anterior podemos concluir que o comentador televisivo tem razão. A aplicação do método de Webster resultaria na atribuição de um mandato ao Partido D e de menos um mandato atribuído ao Partido B, quando comparado com a aplicação do método de Hondt.

Os restantes partidos obtêm igual número de mandatos por qualquer um dos dois métodos em análise.

2.1

Inserindo o modelo no editor de funções da calculadora gráfica e consultando a respectiva tabela de valores, temos:

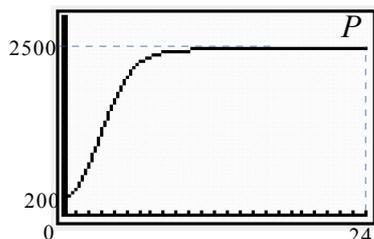
X	Y ₁
6	2283.9
7	2398
8	2453.12589452
9	2478.7
10	2490.4
11	2495.7
12	2498.1

Y₁=2453.12589452

Assim, podemos concluir que ao fim de 8 meses, o número de desempregados inscritos na delegação em causa é de 2453.

2.2

Representação gráfica



Janela de visualização

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=24
Xscl=1
Ymin=0
Ymax=3000
Yscl=1
Xres=1
```

Pela observação conjunta da representação gráfica e da tabela de valores de $P(t)$, é possível observar que:

- o número de desempregados inscritos na delegação em causa, no início do estudo era de 200;
- o número máximo de desempregados inscritos no período de tempo considerado, é dado

por $P(24) = \frac{5000}{2 + 23e^{-0,8 \times 24}} \approx 2499,9999$, donde se conclui que o número máximo de

desempregados inscritos é de 2500,

- verifica-se, assim, um aumento bruto de 2300 desempregados registados ($2500 - 200$) neste período;
- pela observação do gráfico podemos que, no início, o aumento mensal do número de desempregados inscritos foi mais acentuado, tendo esse aumento começado a diminuir a partir do 4º mês e estabilizando-se o número de desempregados inscrito no valor 2500 a partir do 14º mês.

3.1

Introduzindo na calculadora gráfica os dados do gráfico em duas listas,

L1	L2
1	10
2	8
3	6
7	4
8	3
10	1
11	3
12	5

representando na lista L1, o número de livros lidos, e na lista L2, o número de alunos, é possível calcular a média desta distribuição, encontrando o valor arredondado às unidades de 5 livros lidos por aluno.

Esta média não é um bom indicador por se tratar de um valor razoavelmente distante de qualquer um dos dados registados. Nenhum aluno leu 5 livros (nem 4, nem 6) nas férias de Verão.

3.2

Da introdução dos valores na calculadora gráfica, apresentada na resposta anterior, é possível obter os valores dos extremos da distribuição, da mediana e dos 1º e 3º quartis:

$$\text{Mínimo} = 1$$

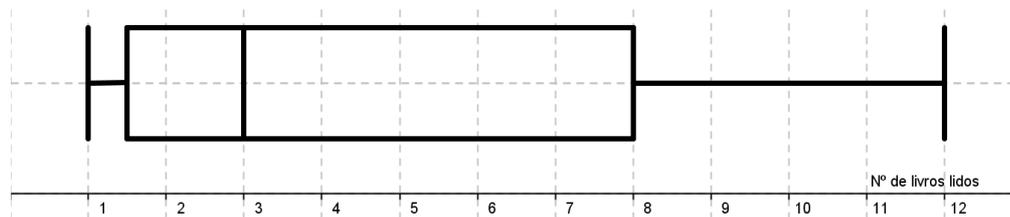
$$1^\circ \text{ Quartil} = 1.5$$

$$\text{Mediana} = 3$$

$$3^\circ \text{ Quartil} = 8$$

$$\text{Máximo} = 12$$

Com estes valores podemos traçar o diagrama de extremos e quartis:



Da análise do diagrama é possível concluir que a variabilidade da distribuição é maior nos 3º e 4º quartos, e menor no 1º e 2º.

Quanto à simetria, podemos constatar a assimetria da distribuição pela observação do diagrama ou comparando os valores da média e da mediana e fazendo notar que existe uma diferença significativa entre as duas medidas, sendo que uma distribuição simétrica teria valores da média e da mediana iguais ou aproximadamente iguais.

3.3

Caso o aumento previsto de 1 livro lido por aluno nas férias de Verão se venha a concretizar, tanto a média como a mediana irão aumentar 1 unidade. Como se pode verificar com a calculadora gráfica, usando as listas a seguir apresentadas

L1	L2
2	10
3	8
4	6
8	4
9	3
11	1
12	3
13	5

3.4

Designando por:

C – livro de ciências

F1 e F2 – livros de ficção científica

Teremos:

Casos Possíveis : C F1 F2

C F2 F1

F1 C F2

F2 C F1

F1 F2 C

F2 F1 C

A probabilidade pedida será então dada por $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

4

Para a determinação do intervalo de confiança considera-se:

$$n = 500$$

$$z = 1,960$$

$$\hat{p} = \frac{8}{500} = 0,016$$

Assim, o intervalo de confiança para a proporção de livros com defeito será:

$$\left] 0,016 - 1,960 \sqrt{\frac{0,016(1-0,016)}{500}}; 0,016 + 1,960 \sqrt{\frac{0,016(1-0,016)}{500}} \right[$$

Efectuando os cálculos, o intervalo de confiança solicitado é dado por

$$I =]0,005; 0,027[.$$

5.1

Para que o António consiga realizar o que pretende, teria que existir um circuito de Euler, com início e fim em A, no grafo representativo da situação. Dado que o grafo é conexo, para que tal circuito existisse, todos os vértices teriam que ter grau par, o que não acontece uma vez que os vértices F e C têm grau 3 (ímpar). Assim, o António não poderá ver as suas pretensões satisfeitas em simultâneo.

5.2

Analisando a proposta do João temos um comprimento total de cabo a instalar de 5587 metros, correspondendo à soma dos pesos das arestas utilizadas:

$$(A,B) \rightarrow 1253$$

$$(F,G) \rightarrow 832$$

$$(B,F) \rightarrow 938$$

$$(B,E) \rightarrow 712$$

$$(C,E) \rightarrow 941$$

$$(C,D) \rightarrow 911$$

Quanto à proposta do José, esta resulta numa distância total de 5582 metros, obtida pela soma dos pesos das arestas seleccionadas pela aplicação do algoritmo proposto:

Passo 1 - arestas com menor peso: $(B,E) \rightarrow 712$ e $(F,G) \rightarrow 832$

Passo 2: aresta seguinte com menor peso, que não fecha um circuito: $(C,D) \rightarrow 911$

Passo 3: restantes arestas: $(B,F) \rightarrow 938$, $(C,E) \rightarrow 941$, $(A,G) \rightarrow 1248$

As arestas (D,E) e (E,F) não puderam ser consideradas por fecharem circuitos.

Assim a empresa deverá decidir pela escolha da proposta do José por ter um comprimento total inferior, permitindo poupar 5 metros de cabo de fibra óptica.

5.3

Organizando os dados do enunciado numa tabela, temos:

	Eletrodomésticos	Outros	Total
Recolha seletiva	$20000 \times 0,96 = 19200$	$20000 - 19200 = 800$	20 000
Limpeza de florestas	$80000 \times 0,24 = 19200$	$80000 - 19200 = 60800$	80 000
Lixo doméstico	$45000 \times 0,36 = 16200$	$45000 - 16200 = 28800$	45 000
Total	54600	90400	145 000

Desta forma, como é sabido que o objecto seleccionado é um dos 54600 electrodomésticos recolhidos, a probabilidade de ser proveniente da recolha selectiva, é dada por

$$P = \frac{19200}{54600} = \frac{32}{91}$$