TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

RESOLUÇÃO - VERSÃO 1

Grupo I

1. $2 \times 4! = 2 \times 24 = 48$

Resposta **B**

2. A linha do Triângulo de Pascal em que o segundo elemento é 2009 é a linha que contém os elementos da forma ${}^{2009}C_k$, em que k varia de 0 a 2009. Esta linha tem 2010 elementos.

Tem-se ${}^{2009}C_2 = 2\,017\,036$, pelo que ${}^{2009}C_2$ é maior do que *um milhão*.

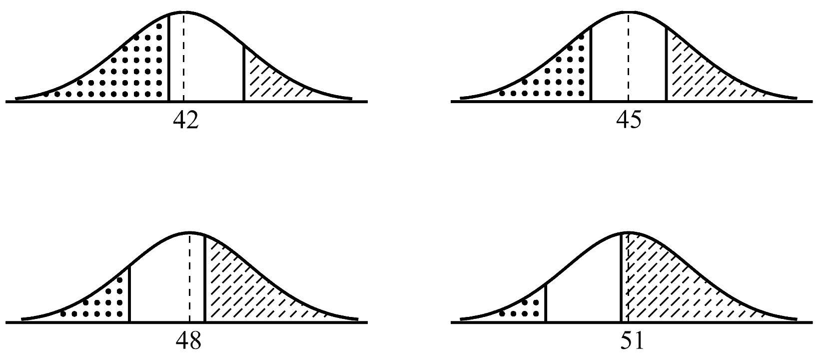
Por isso, apenas os dois primeiros e os dois últimos elementos dessa linha não são maiores do que *um milhão*.

A resposta correcta é, portanto, $2010 - 4$, ou seja, 2006

Resposta **C**

3. Representa-se a seguir, para cada uma das quatro alternativas do valor médio:

- a área correspondente a $P(X < 40)$, a ponteado;
- a área correspondente a $P(X > 50)$, a tracejado.



A alternativa em que $P(X > 50)$ é inferior a $P(X < 40)$ é aquela em que o valor médio da variável é 42.

Resposta **A**

4. $P(A \mid B)$ significa, no contexto do problema, «probabilidade de o número do cartão escolhido ser maior do que $\sqrt{30}$, sabendo que o cartão escolhido é um círculo».

Como sabemos que o cartão escolhido é um círculo, existem quatro casos possíveis $(2, 4, 5$ e $7)$

Destes quatro números, apenas o 7 é maior do que $\sqrt{30}$

Portanto, $P(A \mid B) = \frac{1}{4}$

$\boxed{\text{Resposta } \mathbf{B}}$

5. O *Zé Mão Quente* falha 10% dos lances livres que executa. Portanto, ao executar um lance livre, a probabilidade de o concretizar é igual a $0{,}9$

Numa série de oito lances livres, tem-se:

- $0{,}9^8$ é a probabilidade de o *Zé Mão Quente* concretizar os oito lances livres;
- ${}^8C_7 \times 0{,}9^7 \times 0{,}1$ é a probabilidade de o *Zé Mão Quente* concretizar sete lances livres.

Assim, $0{,}9^8 + {}^8C_7 \times 0{,}9^7 \times 0{,}1$ é a probabilidade do acontecimento «o *Zé Mão Quente* concretiza sete ou oito lances livres», pelo que $1 - 0{,}9^8 - {}^8C_7 \times 0{,}9^7 \times 0{,}1$ é a probabilidade do acontecimento contrário desse.

Tem-se, assim, que $1 - 0{,}9^8 - {}^8C_7 \times 0{,}9^7 \times 0{,}1$ é a probabilidade do acontecimento «o *Zé Mão Quente* concretiza no máximo seis lances livres».

$\boxed{\text{Resposta } \mathbf{C}}$

Grupo II

1.1. $2 \times {}^{17}A_4 = 114\,240$

1.2. $\dfrac{2 \times {}^{5}C_3 + 5 \times {}^{4}C_3}{{}^{10}C_3} = \dfrac{1}{3}$

1.3. $\dfrac{2 \times 5}{5 \times 5} = \dfrac{2}{5}$

2.1. $\begin{cases} 0{,}2 + a + 0{,}2 + b + 0{,}1 + 0{,}15 = 1 \\ 1 \times 0{,}2 + 2 \times a + 3 \times 0{,}2 + 4 \times b + 5 \times 0{,}1 + 6 \times 0{,}15 = 3{,}4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0{,}35 \\ 2\,a + 4\,b = 1{,}2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0{,}1 \\ b = 0{,}25 \end{cases}$

2.2. Tem-se: $P(C) = 0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}5$ e $P(D) = 0{,}1 + 0{,}15 = 0{,}25$

Logo, $P(C) \times P(D) = 0{,}125$

Por outro lado, tem-se $P(C \cap D) = P(\{5\}) = 0{,}1$

Como $P(C \cap D) \neq P(C) \times P(D)$, os acontecimentos C e D não são independentes.

3.1. $P(A) \times \left[P(B|A) - 1 \right] + P(\overline{A} \cup \overline{B}) =$

$= P(A) \times P(B|A) - P(A) + P(\overline{A \cap B}) =$

$= P(A \cap B) - P(A) + 1 - P(A \cap B) = 1 - P(A) = P(\overline{A})$

3.2. Em relação à experiência aleatória «escolher, ao acaso, um atleta participante no encontro desportivo», sejam A e B os acontecimentos:

A : «O atleta é português»

B : «O atleta é do sexo feminino»

Consequentemente:

- a informação «*metade dos atletas portugueses que participam no encontro são do sexo feminino*» traduz-se por $P(B|A) = 0{,}5$
- a informação «*escolhido ao acaso um atleta participante no encontro, a probabilidade de ele ser estrangeiro ou do sexo masculino é 90%*» traduz-se por $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}9$

Portanto, de acordo com a igualdade da alínea anterior, tem-se:

$P(A) \times \big(0{,}5 - 1\big) + 0{,}9 = P(\overline{A})$

Donde vem:

$-0{,}5\,P(A) + 0{,}9 = 1 - P(A) \;\Leftrightarrow\; 0{,}5\,P(A) = 0{,}1 \;\Leftrightarrow\; P(A) = \frac{1}{5}$

Como $\frac{1}{5} \times 200 = 40$, participam no encontro 40 atletas portugueses.

4. Um enunciado possível é o seguinte:

Um saco contém dez bolas, sendo sete azuis e três verdes. Retiram-se, ao acaso, cinco bolas do saco e observa-se a cor de cada bola.

Qual é a probabilidade de pelo menos quatro dessas bolas serem azuis?