



Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 28.02.2013

12.º Ano de Escolaridade

COTAÇÕES

GRUPO I

1.	10 pontos
2.	10 pontos
3.	10 pontos
4.	10 pontos
5.	10 pontos
	<hr/>
	50 pontos

GRUPO II

1.	
1.1.	20 pontos
1.2.	20 pontos
2.	20 pontos
3.	
3.1.	15 pontos
3.2.	15 pontos
3.3.	20 pontos
4.	
4.1.	20 pontos
4.2.	20 pontos
	<hr/>
	150 pontos

TOTAL **200 pontos**

A classificação do teste deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto na grelha de classificação.

A ausência de indicação inequívoca da versão (Versão 1 ou Versão 2) implica a classificação com zero pontos de todas as respostas aos itens de escolha múltipla.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o aluno responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Até ao ano letivo 2013/2014, na classificação dos testes, continuarão a ser consideradas corretas as grafias que seguirem o que se encontra previsto quer no Acordo de 1945, quer no Acordo de 1990 (atualmente em vigor), mesmo quando se utilizem as duas grafias num mesmo teste.

Itens de seleção

ESCOLHA MÚLTIPLA

A cotação total do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a única opção correta.

São classificadas com zero pontos as respostas em que seja assinalada:

- uma opção incorreta;
- mais do que uma opção.

Não há lugar a classificações intermédias.

Itens de construção

Os critérios de classificação das respostas aos itens de construção apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

No item de composição, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea do desempenho no domínio específico da disciplina e no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação do desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa faz-se de acordo com os níveis a seguir apresentados.

Níveis	Descritores
3	Texto bem estruturado e linguisticamente correto*, ou com falhas esporádicas que não afetem a inteligibilidade do discurso.
2	Texto bem estruturado, mas com incorreções linguísticas que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso. OU Texto linguisticamente correto, mas com deficiências de estruturação que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso.
1	Texto com deficiências de estruturação e com incorreções linguísticas, embora globalmente inteligível.

* Por «texto linguisticamente correto» entende-se um texto correto nos planos da sintaxe, da pontuação e da ortografia.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Na resposta aos itens de construção, caso o aluno apresente elementos em excesso face ao solicitado e tais elementos piorem a consistência da resposta e/ou afetem a caracterização do desempenho, a resposta deve ser classificada com zero pontos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e/ou 20.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ou dois pontos, se ocorrer um erro ocasional num cálculo, e/ou se se utilizar simbologia ou expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.

Situação	Classificação
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	<p>É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correto.</p> <p>O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.</p>
5. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [exemplo: «sem recorrer à calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Apresentação apenas do resultado final, se a resolução do item exige cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa que não envolva cálculos e/ou justificações.	<p>Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista.</p> <p>Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.</p>
9. Transposição incorreta de dados do enunciado que não altera o que se pretende avaliar com o item.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade diminuir, a pontuação máxima a atribuir a esta(s) etapa(s) deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista; – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade não diminuir, esta(s) deve(m) ser pontuada(s) de acordo com os critérios específicos de classificação.
10. Transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
11. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo na resolução de uma etapa.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	<p>Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p>
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorreto.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.</p>
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
16. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
17. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p>
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
19. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros»].	<p>A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a cotação total para ela prevista.</p>
20. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. a 5. (5 × 10 pontos)..... **50 pontos**

As respostas corretas são as seguintes.

Itens	1	2	3	4	5
Respostas	B	D	D	C	A

GRUPO II

1.1. **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Seja S o acontecimento «o aluno pretende frequentar um curso da área de saúde» e seja F o acontecimento «o aluno é do sexo feminino».

Podem ser admitidas outras designações para os acontecimentos.

Reconhecer que a probabilidade pedida é $P(S | F)$ 1 ponto

Concluir que $P(F) = \frac{1}{2}$ 2 pontos

Reconhecer que $P(S) = \frac{3}{4}$ 1 ponto

Determinar $P(\bar{S})$ 2 pontos

Referir que $P(F | \bar{S}) = \frac{2}{7}$ 4 pontos

Escrever $P(S | F) = 1 - P(\bar{S} | F)$ 2 pontos

Escrever $1 - P(\bar{S} | F) = 1 - \frac{P(\bar{S} \cap F)}{P(F)}$ 3 pontos

Escrever $1 - \frac{P(\bar{S} \cap F)}{P(F)} = 1 - \frac{P(\bar{S}) \times P(F | \bar{S})}{P(F)}$ 2 pontos

Obter $P(\bar{S} | F)$ 2 pontos

Obter $P(S | F)$ 1 ponto

2.º Processo

Seja S o acontecimento «o aluno pretende frequentar um curso da área da saúde» e seja F o acontecimento «o aluno é do sexo feminino».

Podem ser admitidas outras designações para os acontecimentos.

Reconhecer que a probabilidade pedida é $P(S F)$	1 ponto
Concluir que $P(F) = \frac{1}{2}$	2 pontos
Reconhecer que $P(S) = \frac{3}{4}$	1 ponto
Determinar $P(\bar{S})$	2 pontos
Determinar $P(\bar{S} \cap F)$	6 pontos
Determinar $P(S \cap F)$	3 pontos
Obter o valor de $P(S F)$	5 pontos

1.2. 20 pontos

Equacionar o problema $\left(\frac{{}^nC_2}{{}^{2n}C_2} = \frac{13}{54}, \text{ ou equivalente}\right)$	10 pontos
Resolver a equação	10 pontos
Obter uma equação do 1.º grau ou obter uma equação do 2.º grau equivalente à primeira	6 pontos
Obter o valor de n	4 pontos

2. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Determinar $P(B)$	3 pontos
Determinar $P(A) \times P(B)$	4 pontos
Escrever $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$	3 pontos
Escrever $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$	3 pontos
Escrever $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	2 pontos
Determinar $P(A \cap B)$	2 pontos
Concluir que os acontecimentos A e B não são independentes	3 pontos

2.º Processo

Determinar $P(\bar{A})$	3 pontos
Determinar $P(\bar{A}) \times P(\bar{B})$	4 pontos
Concluir que os acontecimentos \bar{A} e \bar{B} não são independentes	3 pontos
Afirmar que, como os acontecimentos \bar{A} e \bar{B} não são independentes, também os acontecimentos A e B não são independentes.....	10 pontos

3.1. 15 pontos

Determinar $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ 3 pontos

$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}}$ 1 ponto

$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} = 3$ 2 pontos

Determinar $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ 11 pontos

$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\ln(3x-11)}{x-4}$ 1 ponto

$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\ln(3x-11)}{x-4} \stackrel{y=x-4}{=} \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\ln[3(y+4)-11]}{y}$ 3 pontos

$\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\ln[3(y+4)-11]}{y} = \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\ln(3y+1)}{y}$ 1 ponto

$\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\ln(3y+1)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{3 \times \ln(3y+1)}{3y}$ 3 pontos

$\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{3 \times \ln(3y+1)}{3y} = 3 \times \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\ln(3y+1)}{3y}$ 1 ponto

$3 \times \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\ln(3y+1)}{3y} \stackrel{z=3y}{=} 3 \times \lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{\ln(z+1)}{z}$ (ver nota) 1 ponto

$3 \times \lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{\ln(z+1)}{z} = 3$ 1 ponto

Concluir quanto à existência de $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ 1 ponto

Nota – Se o aluno referir que $y \rightarrow 0^+$ é equivalente a $3y \rightarrow 0^+$, esta etapa deve ser considerada como cumprida.

3.2. **15 pontos**

Determinar $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 13 pontos

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}}$ 1 ponto

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{9}{x^2}\right)}}$ 2 pontos

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{9}{x^2}\right)}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{|x|\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}}$ 3 pontos

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{|x|\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{-x\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}}$ 3 pontos

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+3}{-x\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3+\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}}$ 2 pontos

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3+\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} = -3$ 2 pontos

Concluir que a reta de equação $y = -3$ é assíntota do gráfico da função f , quando $x \rightarrow -\infty$ 2 pontos

3.3. **20 pontos**

Reproduzir o gráfico da função f para $x \in [0, 10]$ (**ver notas 1, 2 e 3**)..... 6 pontos

Determinar a ordenada do ponto P 4 pontos

Desenhar o triângulo $[OPQ]$ 2 pontos

Indicar a abcissa do ponto Q arredondada às milésimas 5 pontos

Obter a área do triângulo $[OPQ]$ 3 pontos

Notas:

1. Se o aluno não apresentar o referencial, a pontuação a atribuir, nesta etapa, deve ser desvalorizada em 1 ponto.
2. Se o aluno apresentar um gráfico que não respeite o domínio indicado, a pontuação a atribuir, nesta etapa, deve ser desvalorizada em 1 ponto.
3. Em algumas calculadoras, ocorre uma interrupção no traçado do gráfico da função f numa vizinhança do ponto 4. Se o gráfico reproduzido pelo aluno apresentar essa interrupção, a pontuação a atribuir, nesta etapa, não deve ser desvalorizada.

4.1.	20 pontos
Determinar $a(5)$	3 pontos
Determinar $b(5)$	3 pontos
Determinar $b(5) - a(5)$	3 pontos
Equacionar o problema utilizando o teorema de Pitágoras	6 pontos
Obter a distância pedida	5 pontos

4.2.	20 pontos
Equacionar o problema $(a(t) = b(t))$	5 pontos
Resolver a equação	13 pontos
Obter a equação $e^{-0,03t} + 1 = 6e^{-0,06t}$	1 ponto
Obter a equação $6(e^{-0,03t})^2 - e^{-0,03t} - 1 = 0$	4 pontos
Obter a condição $e^{-0,03t} = -\frac{1}{3} \vee e^{-0,03t} = \frac{1}{2}$ (ver nota)	3 pontos
Reconhecer que $e^{-0,03t} = -\frac{1}{3}$ é uma equação impossível	2 pontos
Obter $t = -\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{0,03}$	3 pontos
Obter o valor pedido	2 pontos

Nota – Se o aluno utilizar a calculadora para resolver a equação do 2.º grau, a pontuação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.