



Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 29.11.2013

12.º Ano de Escolaridade

COTAÇÕES

GRUPO I

1.	10 pontos
2.	10 pontos
3.	10 pontos
4.	10 pontos
5.	10 pontos
	<hr/>
	50 pontos

GRUPO II

1.		
1.1.	15 pontos
1.2.		
1.2.1.	20 pontos
1.2.2.	15 pontos
2.		
2.1.	20 pontos
2.2.	20 pontos
3.	15 pontos
4.		
4.1.	15 pontos
4.2.	15 pontos
4.3.	15 pontos
		<hr/>
		150 pontos
		<hr/>
	TOTAL	200 pontos

A classificação do teste deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Se o aluno responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

No presente ano letivo, na classificação dos testes, continuarão a ser consideradas corretas as grafias que seguirem o que se encontra previsto quer no Acordo Ortográfico de 1945, quer no Acordo Ortográfico de 1990 (atualmente em vigor), mesmo quando se utilizem as duas grafias num mesmo teste.

Itens de seleção

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta.

São classificadas com zero pontos as respostas em que seja assinalada uma opção incorreta ou mais do que uma opção.

Itens de construção

Os critérios de classificação das respostas aos itens de construção apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A classificação da resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um, dois, três ou quatro pontos, de acordo com o previsto nas situações 14, 20 e 21.
2. Etapa cujo critério se apresenta organizado por passos.	A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações atribuídas aos diferentes passos.
3. Item ou etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. Ao total de pontos atribuídos subtrai-se, eventualmente, um ou dois pontos se ocorrer um erro ocasional num cálculo, ou se se utilizar simbologia ou expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução, desde que enquadrado pelo programa da disciplina*. No caso de o processo de resolução ser aceite, o critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas** percorridas. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [exemplos: «sem recorrer à calculadora gráfica», «recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
6. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
7. Ausência de apresentação dos cálculos ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa.	A etapa e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
8. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, atribui-se a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.

* A título de exemplo, faz-se notar que **não** são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da regra de Cauchy, da regra de L'Hôpital ou de resultados da teoria de matrizes.

** Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
9. Transposição incorreta de dados do enunciado, que não altera o que se pretende avaliar com o item.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:</p> <ul style="list-style-type: none"> – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade diminuir, a pontuação máxima a atribuir a esta(s) etapa(s) deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista; – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade não diminuir, esta(s) deve(m) ser pontuada(s) de acordo com os critérios específicos de classificação.
10. Transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo na resolução de uma etapa.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
12. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	<p>Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p>

Situação	Classificação
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
17. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [exemplo: «15» em vez de «15 metros»].	À etapa relativa à apresentação do resultado final atribui-se a pontuação prevista.
20. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.
21. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não deve ser desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. a 5. (5 × 10 pontos)..... **50 pontos**

As respostas corretas são as seguintes.

Itens	1	2	3	4	5
Respostas	B	A	D	D	A

GRUPO II

1.1. **15 pontos**

Escrever uma expressão que dê o valor pedido (ver **nota 1**) 13 pontos

Obter o resultado final (ver **nota 2**) 2 pontos

Notas:

1. Esta etapa deve ser pontuada de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

$4 \times 2 \times 3!$ (ou equivalente) 13 pontos

$4 \times 3!$ (ou equivalente) 6 pontos

$2 \times 3!$ (ou equivalente) 4 pontos

Outras respostas 0 pontos

2. Se a expressão escrita pelo aluno tiver sido pontuada com 0 pontos, ou se o resultado obtido não estiver de acordo com a expressão escrita pelo aluno, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

1.2.1. **20 pontos**

Indicar os valores que a variável X pode tomar (ver **nota 1**) 3 pontos

Determinar cada uma das probabilidades (ver **nota 2**) (5 + 5 + 5) 15 pontos

Apresentar a tabela 2 pontos

Notas:

1. A apresentação dos valores que a variável pode tomar pode ser feita de forma implícita.

2. Caso o aluno apresente o valor correto de uma probabilidade, mas não o apresente na forma de fração irredutível, deverá ser subtraído 1 ponto à pontuação atribuída ao cálculo dessa probabilidade.

1.2.2. **15 pontos**

- Apresentar o significado de $P(Y < 10 \mid X = 1)$, no contexto da situação descrita 5 pontos
- Apresentar os casos possíveis 6 pontos
- Apresentar os casos favoráveis 2 pontos
- Indicar o valor da probabilidade pedida 2 pontos

2.1. **20 pontos**

- Escrever uma expressão que dê o valor pedido (ver **nota 1**) 17 pontos
- Obter o resultado final (ver **notas 2 e 3**) 3 pontos

Notas:

1. Esta etapa deve ser pontuada de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

$1 - {}^8C_0 \times \left(\frac{1}{6}\right)^0 \times \left(\frac{5}{6}\right)^8 - {}^8C_1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^1 \times \left(\frac{5}{6}\right)^7$ (ou equivalente) 17 pontos

$1 - {}^8C_1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^1 \times \left(\frac{5}{6}\right)^7$ (ou equivalente)

OU

${}^8C_0 \times \left(\frac{1}{6}\right)^0 \times \left(\frac{5}{6}\right)^8 + {}^8C_1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^1 \times \left(\frac{5}{6}\right)^7$ (ou equivalente) 12 pontos

$1 - {}^8C_0 \times \left(\frac{1}{6}\right)^0 \times \left(\frac{5}{6}\right)^8$ (ou equivalente) 10 pontos

${}^8C_0 \times \left(\frac{1}{6}\right)^0 \times \left(\frac{5}{6}\right)^8 + {}^8C_1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^1 \times \left(\frac{5}{6}\right)^7 + {}^8C_2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^6$
(ou equivalente) 8 pontos

${}^8C_2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^6$ (ou equivalente) 6 pontos

Outras respostas 0 pontos

- 2. Se a expressão escrita pelo aluno não estiver correta, a pontuação a atribuir a esta etapa deve ser 1 ponto, desde que o resultado esteja de acordo com a expressão escrita pelo aluno e essa expressão não tenha sido pontuada com 0 pontos.
- 3. Se a expressão escrita pelo aluno tiver sido pontuada com 0 pontos, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

2.2. **20 pontos**

Seja A o acontecimento «o dado selecionado é amarelo», e seja C o acontecimento «o dado selecionado é cúbico».

Reconhecer que a probabilidade pedida é $P(\bar{C} | \bar{A})$ 2 pontos

Reconhecer que $P(A) = 0,1$ 2 pontos

Determinar $P(\bar{A})$ 1 ponto

Reconhecer que $P(C) = \frac{3}{4}$ 4 pontos

Reconhecer que $P(C | A) = 0,2$ 3 pontos

Determinar $P(C \cap A)$ 3 pontos

Determinar $P(\bar{C} \cap \bar{A})$ 3 pontos

Obter o valor de $P(\bar{C} | \bar{A})$ 2 pontos

3. **15 pontos**

Escrever $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ 1 ponto

Reconhecer que $P(A \cap B) = 0$ 2 pontos

Concluir que $P(A | B) = 0$ 1 ponto

Concluir que $P(A) \neq P(A | B)$ 1 ponto

Escrever $P(\bar{B} | A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)}$ 1 ponto

Concluir que $P(\bar{B} \cap A) = P(A)$ 3 pontos

Concluir que $P(\bar{B} | A) = 1$ 1 ponto

Justificar que $P(A) \neq P(\bar{B} | A)$ 3 pontos

Escrever as probabilidades por ordem crescente 2 pontos

4.1. 15 pontos

- Escrever uma expressão que dê o valor pedido (ver **nota 1**) 13 pontos
 Obter o resultado final (ver **nota 2**) 2 pontos

Notas:

1. Esta etapa deve ser pontuada de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

- $\frac{1}{{}^6C_2}$ (ou equivalente) 13 pontos
 $\frac{1}{{}^8C_2}$ (ou equivalente) 8 pontos
 $\frac{2}{{}^6C_2}$ (ou equivalente)
 OU
 $\frac{1}{6 \times 5}$ (ou equivalente) 6 pontos
 Outras frações próprias com denominador 6C_2 3 pontos
 Outras respostas 0 pontos

2. Se a expressão escrita pelo aluno tiver sido pontuada com 0 pontos, ou se o resultado obtido não estiver de acordo com a expressão escrita pelo aluno, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

4.2. 15 pontos

- Indicar os vértices que pertencem a X 3 pontos
 Indicar o valor de $P(X)$ 1 ponto
 Indicar os vértices que pertencem a Y 3 pontos
 Indicar o valor de $P(Y)$ 1 ponto
 Calcular $P(X) \times P(Y)$ 2 pontos
 Obter $X \cap Y$ 2 pontos
 Indicar o valor de $P(X \cap Y)$ 1 ponto
 Concluir acerca da independência dos acontecimentos X e Y 2 pontos

4.3. 15 pontos

- Reconhecer que existem duas hipóteses, em alternativa, que satisfazem as condições do enunciado 3 pontos
 Escrever uma expressão que dê o número de maneiras de todas as faces concorrentes no vértice A ficarem numeradas com números ímpares (ver **nota**) 4 pontos
 Escrever uma expressão que dê o número de maneiras de exatamente três faces concorrentes no vértice A ficarem numeradas com números ímpares (ver **nota**) 6 pontos
 Obter o resultado final 2 pontos

Nota – Se a expressão escrita pelo aluno não estiver correta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.