

Teste Intermédio

Matemática

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 17.05.2011

9.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 6/2001, de 18 de Janeiro

Identifica claramente, na folha de respostas, a versão do teste (1 ou 2) a que respondes.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta.

Não é permitido o uso de corrector. Sempre que precisares de alterar ou de anular uma resposta, risca de forma clara o que pretendes que fique sem efeito.

Escreve de forma legível a numeração dos itens, bem como as respectivas respostas. As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresenta apenas uma resposta. Se apresentares mais do que uma resposta a um item, só a primeira é classificada.

Podes utilizar a máquina de calcular com que habitualmente trabalhas.

Para responderes aos itens de escolha múltipla, escreve, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a opção escolhida.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado do teste.

O teste inclui, na página 2, um formulário e, na página 3, uma tabela trigonométrica.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Perímetro do círculo: $2\pi r$, sendo r o raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Apótema \times \frac{Perímetro}{2}$

Círculo: πr^2 , sendo r o raio do círculo

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau

da forma $ax^2 + bx + c = 0$: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 1$

Relação da tangente com o seno e o co-seno: $\text{tg}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Co-seno	Tangente	Graus	Seno	Co-seno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

1. Uma turma de uma certa escola tem raparigas e rapazes com 14, 15 e 16 anos, que se distribuem, por idade e por sexo, como se apresenta na Tabela 1.

Tabela 1

	14 anos	15 anos	16 anos
Raparigas	5	3	3
Rapazes	2	8	4

- 1.1. Vai ser sorteado um bilhete para uma peça de teatro entre os alunos da turma.

Qual é a probabilidade de o aluno contemplado com o bilhete ser um rapaz com mais de 14 anos?

- 1.2. No final do 1.º período, a Rita veio transferida de outra escola e foi colocada nesta turma.

Sabe-se que a média das idades dos alunos não se alterou com a entrada da Rita.

Qual é a idade da Rita?

Mostra como chegaste à tua resposta.

2. Escreve todos os números do conjunto \mathbb{Z} pertencentes ao intervalo $[-\sqrt{3}, 2[$

(\mathbb{Z} designa o conjunto dos números inteiros relativos.)

3. Na Tabela 2, estão indicados alguns termos de uma sequência de números naturais que segue a lei de formação sugerida na tabela.

Tabela 2

1.º termo	2.º termo	3.º termo	...	10.º termo	...
1	4	9	...	100	...

Há dois termos consecutivos desta sequência cuja diferença é 25

Determina esses dois termos.

Mostra como chegaste à tua resposta.

4. Considera o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ \frac{1-x}{2} = \frac{y}{3} \end{cases}$$

Qual é o par ordenado (x, y) que é solução deste sistema?

Apresenta os cálculos que efectuares.

5. Qual das expressões seguintes é equivalente a $(x - 3)^2 + 8x$?

Transcreve a letra da opção correcta.

(A) $x^2 + 14x - 9$

(B) $x^2 + 8x + 9$

(C) $x^2 + 2x + 9$

(D) $x^2 + 8x - 9$

6. Uma escola tem apenas turmas do 5.º ano e turmas do 6.º ano de escolaridade.

Sabe-se que:

- todas as turmas do 5.º ano têm o mesmo número de alunos;
- todas as turmas do 6.º ano têm o mesmo número de alunos.

Seja x o número de alunos de cada turma do 5.º ano e seja y o número de alunos de cada turma do 6.º ano.

6.1. Admite que a escola tem quatro turmas do 5.º ano e cinco turmas do 6.º ano.

O que representa a expressão $4x + 5y$, no contexto da situação descrita?

6.2. Sabe-se que:

- uma visita de estudo que inclua todos os alunos de uma turma do 5.º ano e todos os alunos de duas turmas do 6.º ano terá a participação de 67 alunos;
- uma visita de estudo que inclua todos os alunos de duas turmas do 5.º ano e todos os alunos de uma turma do 6.º ano terá a participação de 71 alunos.

Escreve um sistema que permita determinar o número de alunos de cada turma do 5.º ano (valor de x) e o número de alunos de cada turma do 6.º ano (valor de y).

Não resolvas o sistema.

7. Seja b um número real.

Determina os valores de b para os quais a equação $x^2 + bx + 9 = 0$ tem apenas uma solução.

Apresenta os cálculos que efectuares.

8. O tempo, em horas, que demora a encher um tanque é inversamente proporcional ao número de m^3 de água que uma torneira debita por hora (caudal da torneira).

O tanque fica cheio com 60 m^3 de água.

8.1. A Tabela 3 relaciona o caudal da torneira com o tempo necessário para encher o tanque.

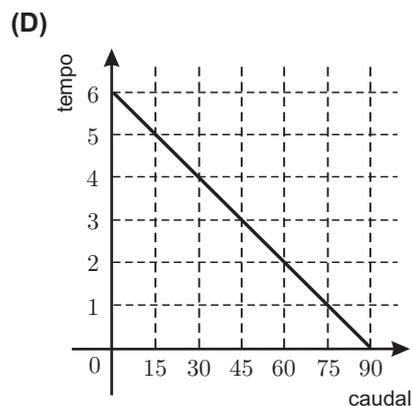
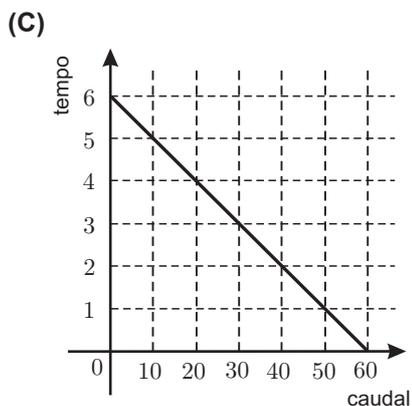
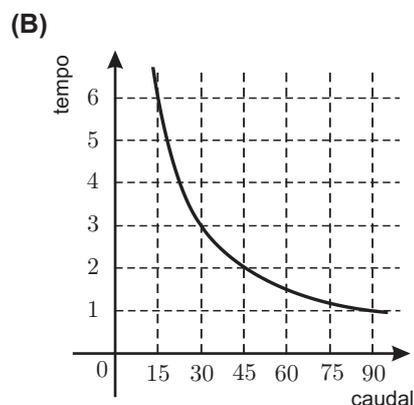
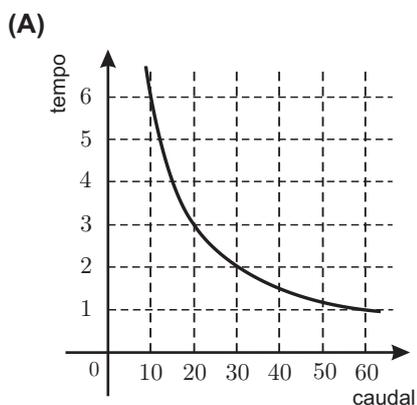
Tabela 3

Caudal em m^3 por hora	5	a
Tempo em horas	12	8

Qual é o valor de a ?

8.2. Qual dos gráficos seguintes pode representar a relação entre o caudal, em m^3 por hora, da torneira que enche o tanque e o tempo, em horas, que é necessário para encher o tanque?

Transcreve a letra da opção correcta.



8.3. Para um determinado caudal da torneira que enche o tanque, a altura, h , que a água atinge no tanque, t horas depois de se iniciar o enchimento, é dada, em decímetros, por $h = 1,5t$

Se o enchimento do tanque se iniciar hoje às 15 horas, a que horas a água atingirá, no tanque, 3,75 dm de altura?

Apresenta a resposta em horas e minutos.

Apresenta os cálculos que efectuares.

9. Na Figura 1, estão representados dois triângulos semelhantes. O triângulo $[ABC]$ é uma ampliação do triângulo $[DEF]$

A figura não está desenhada à escala.

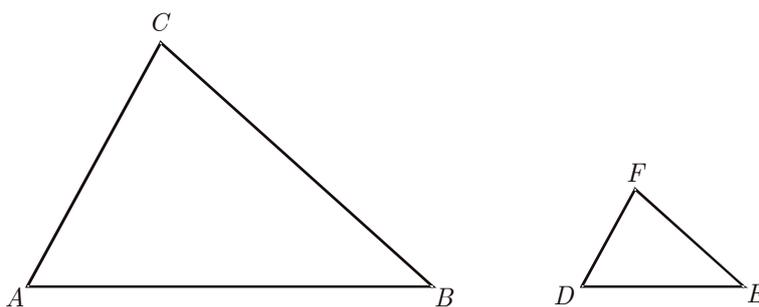


Figura 1

Sabe-se ainda que:

- $\hat{A}CB = \hat{D}FE$
- $\overline{DE} = 2$
- $\overline{AB} = 5$

Qual é a razão de semelhança dessa ampliação?

Transcreve a letra da opção correcta.

- (A) $\frac{2}{5}$
- (B) $\frac{5}{2}$
- (C) $\frac{12}{5}$
- (D) $\frac{5}{12}$

10. Na Figura 2, está representada uma circunferência de centro no ponto O

Os pontos A , B , C , P e R pertencem à circunferência.

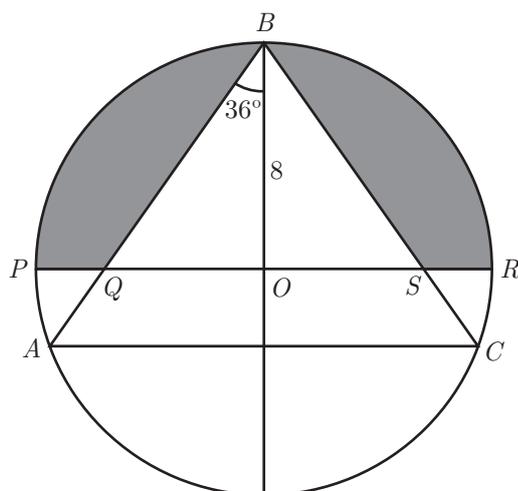


Figura 2

Sabe-se que:

- a circunferência tem raio 8
- $\overline{BA} = \overline{BC}$
- $[PR]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ponto Q é o ponto de intersecção dos segmentos $[BA]$ e $[PR]$
- o ponto S é o ponto de intersecção dos segmentos $[BC]$ e $[PR]$
- $\widehat{ABO} = 36^\circ$

10.1. Qual é a amplitude, em graus, do arco AB ?

10.2. Determina a área da região representada a sombreado.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Apresenta os cálculos que efectuares.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

11. Na Figura 3, está representada uma circunferência de centro O , na qual está inscrito um quadrado $[ABCD]$

A figura não está desenhada à escala.

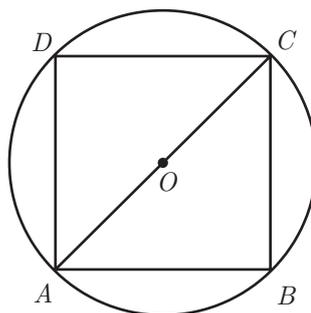


Figura 3

11.1. Quantos eixos de simetria tem o quadrado $[ABCD]$?

Transcreve a letra da opção correcta.

(A) 8

(B) 6

(C) 4

(D) 0

11.2. Admite que $\overline{AB} = 6$

Determina o perímetro da circunferência.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

FIM

COTAÇÕES

1.		
1.1.	4 pontos
1.2.	8 pontos
2.	4 pontos
3.	7 pontos
4.	10 pontos
5.	5 pontos
6.		
6.1.	4 pontos
6.2.	4 pontos
7.	6 pontos
8.		
8.1.	4 pontos
8.2.	5 pontos
8.3.	7 pontos
9.	5 pontos
10.		
10.1.	4 pontos
10.2.	10 pontos
11.		
11.1.	5 pontos
11.2.	8 pontos
TOTAL		100 pontos