

Integração DGSs e GATPs num Ambiente Adaptativo e Colaborativo

Vanda Santos

CISUC, University of Coimbra
Coimbra, Portugal
vsantos7@gmail.com

Pedro Quaresma

CISUC/Department of Mathematics
University of Coimbra
3001-454 Coimbra, Portugal
pedro@mat.uc.pt

O “Laboratório de Geometria na Rede” (*Web Geometry Laboratory – WGL*) é um projecto que visa construir um ambiente de aprendizagem misto (presencial e/ou de acesso remoto) adaptativo e colaborativo para a Geometria. Com o WGL pretende-se explorar uma muito apelativa componente visual, assim com uma forte ligação entre esta componente e uma componente mais formal dada pelo carácter axiomático da Geometria. Com o WGL pretende-se estabelecer a ligação entre os programas de geometria dinâmica (DGS) e os programas de demonstração automática de teoremas na geometria (GATP), num ambiente em que professores e alunos possam de forma colaborativa criar conhecimento, num ambiente que seja capaz de se adaptar ao indivíduo, um ambiente que permita explorar as capacidade dadas pelas Redes locais e globais de forma a permitir uma interacção síncrona (na sala de aula), assim como uma interacção assíncrona (remota).

1 Introdução

O uso de programas computacionais num ambiente de aprendizagem pode aumentar consideravelmente o carácter dinâmico, adaptativo e colaborativo do referido ambiente de aprendizagem. Permite também, utilizando tecnologias de Rede, estender o ambiente de aprendizagem da sala de aula para o exterior da escola. No currículo do ensino médio em Portugal o uso de tais programas é elogiado. Citando o currículo oficial [1]:

“O computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da Geometria Dinâmica, da representação gráfica de funções e da simulação, permite actividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso apoio a estudantes e professores, devendo a sua utilização considerar-se obrigatória neste programa.”

O ensino e a aprendizagem da geometria nem sempre é um processo fácil, pois a realização de actividades geométricas envolve uma certa complexidade cognitiva. Os programas de geometria dinâmica (*Dynamic Geometry Software – DGS*) permitem construções de figuras geométricas construídas a partir de objectos livres, construções elementares e objectos construídos. A natureza dinâmica de tais programas permitem aos seus utilizadores manipular as posições dos objectos livres, preservando as propriedades geométricas da construção.

A vantagem dos DGSs é o de permitir actividades não só de exploração como também de pesquisa, pelo que constituem um valioso apoio tanto para os alunos como para os professores. Pelas potencialidades que oferecem o ensino/aprendizagem torna-se mais rico, mais estimulante e mais desafiante, permitindo ao aluno desenvolver a sua capacidade para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, utilizar e reflectir sobre a informação disponível. Existem vários DGSs disponíveis: Geogebra, Cinderela, GeometerSketchpad, C.a.R. e Cabri [4, 6, 8, 13] para citar alguns dos mais usados.

2 Objectivos

Se queremos construir um ambiente colaborativo, adaptativo de aprendizagem misto para a geometria, quais são os recursos e programas que estamos à procura? A lista a seguir é, em nossa opinião, perto de uma solução completa, no mínimo, definir os recursos e programas necessárias para a construção de um tal ambiente.

2.1 Programas Geométricos

Para fazer as várias construções geométricas em vez de utilizar o material de desenho (régua e compasso) existem ambientes de geometria dinâmica, com ferramentas informáticas que simulam a régua e compasso, permitindo as construções geométricas a partir das suas propriedades [3]. Os DGSs permitem uma fácil composição de figuras geométricas através da especificação de objectos livres e de objectos obtidos por construção, através de um conjunto de passos.

Os DGSs estabelecem numa primeira instância uma ponte entre as teorias e modelos da geometria. Mas se queremos raciocinar sobre as construções que estamos a realizar, para fazer conjecturas sobre suas propriedades ou de uma forma mais genérica de utilizar o raciocínio dedutivo formal sobre construções geométricas, precisamos mais do programa de geometria dinâmica, precisamos estender o raciocínio a partir de casos concretos num determinado modelo para o raciocínio formal dedutivo numa teoria geométrica. Para isso, precisamos adicionar ao nosso ambiente um provador automático de teoremas geométricos (*Geometry Automated Theorem Prover*– GATP) provas capazes de provas sintéticas (por exemplo, o método da área [9]) ou algébricas (por exemplo, o Método de Wu [14] ou Método Base de Gröbner [10]).

Os GATPs permitem aos alunos a possibilidade de raciocinar sobre uma construção dada, isso não é mais uma “prova por meio de testes”, mas uma prova real formal.

Para construir um ambiente de aprendizagem para a geometria, devemos integrar o DGS, um GATP, um repositório de problemas geométricos (*Repository of Geometric Problems* – RGP) e o modelo de aluno, interação num sistema de rede capaz de interações assíncronas e síncronas. Um sistema com este nível de integração permitirá a construção de um ambiente onde cada aluno terá um apoio forte para a sua área experimental, ou seja, uma plataforma de aprendizagem.

2.2 Ambiente de Aprendizagem Misto

Um ambiente de aprendizagem para a geometria deve ser, em nossa opinião, um ambiente de aprendizagem mista. Ele caracteriza-se pela combinação de dois modelos de aprendizagem: presencial e à distância, complementando-se com a combinação das diferentes metodologias e tecnologias de aprendizagem, passando dos métodos tradicionais de ensino à utilização em simultâneo das novas tecnologias que permitem a realização de tarefas com aulas síncronas ou assíncronas. No nosso caso, ele deve ser um ambiente que pode ser usado como um laboratório de geometria numa sala de aula por professores e alunos como também permitir estender-se fora da sala de aula, com tarefas propostas pelo professor a ser resolvido fora da sala de aula. Permitindo a gestão das aprendizagens por parte do aluno, com a supervisão do professor, de modo a complementar e colmatar a ausência num determinado local a uma determinada hora por parte do aluno.

2.3 Ambiente Colaborativo

Ambientes de aprendizagem colaborativo consistem em proporcionar um sítio de construção conjunta do conhecimento, permitindo a cada aluno colaborar e usufruir, também, do trabalho de outros. As contribuições destes ambientes têm três vertentes [5]:

- a construção conjunta do conhecimento (inspirado na influência do construtivismo - o aluno encontra as respostas a partir dos seus próprios conhecimentos e da sua interacção com a realidade e com os colegas);
- a constituição de um base de dados (em constante mutação), trabalhado e construído por cada um;
- a possibilidade de comunicação entre os participantes, de forma síncrona (a comunicação ocorre em simultâneo) ou assíncrona (a comunicação ocorre em tempos de intervalo diferentes).

A construção do conhecimento é uma das bases dos ambientes colaborativos, pois permite tornar o aluno parte activa no processo. Num ambiente geométrico essa integração não deve ser restrito ao conteúdo textual, (*chats, wikis*, etc), mas ele deve ser estendida para o conteúdo geométrico, isto é, os utilizadores de tal sistema devem ser capazes de trocar construções geométricas, ou mesmo para construir uma construção geométrica de forma colaborativa. Esta troca de conteúdos geométricos abrirá novas possibilidades em termos de ambiente colaborativo de aprendizagem geométrica.

2.4 Ambiente Adaptativo

O termo adaptativo refere-se a modelagem do nível de conhecimento, preferências e atitudes dos alunos. O resultante do modelo é usado para definir objectivos de aprendizagem personalizados

e para a concepção de interacção do sistema com o estudante a fim de ajustar a aprendizagem às necessidades individuais do aluno. Tecnicamente, a adaptação é baseada na integração inteligente e implementação de procedimentos que geralmente são responsáveis por processos educativos de apoio ao processo de aprendizagem do aluno [2]. Pretende-se um ambiente adaptativo, ou seja, adaptar as informações de ajuda a cada utilizadores diferente e adaptar o caminho de aprendizagem para os utilizadores com diferentes necessidades [7, 11, 12]. O sistema deve ser capaz de inferir o conhecimento geométrico dos utilizadores ou em termos de conhecimento geométrico, para inferir o plano real ou objectivo de informação dos utilizadores [7]. Vemos isso como um desafio importante a ser abordado por qualquer novo sistema. Definição de um ambiente em rede vai permitir a construção de um ambiente colaborativo em sala de aula, um ambiente adaptativo individualizado e um ambiente de aprendizagem misto para a geometria.

3 Laboratório de Geometria na Rede

O Laboratório de Geometria na Rede (WGL) é um ambiente em rede (ver Figuras 1 e 2), que integra um programa DGS e um repositório de problemas geométricos (RGP), com o objectivo de fornecer um ambiente adaptativo e de aprendizagem mista colaborativo para a geometria.

O sistema WGL permite ao professor criar, armazenar e fornecer um conjunto de construções geométricas para os seus alunos. O sistema WGL permite ao aluno aceder construções do professor, bem como aqueles mantidos num bloco de notas pessoal. O bloco de notas dos alunos (ver Figura 2) é um lugar onde o aluno manterá sua/suas construções próprias, soluções de problemas colocados pelo professor e/ou das suas próprios actividades exploratórias. O professor também tem acesso às construções feitas ou estão

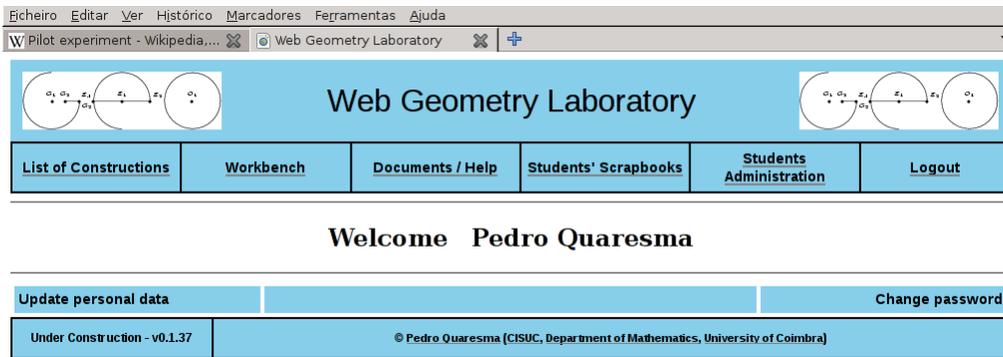


Figura 1: Laboratório de Geometria na Rede — Acesso do Professor

sendo feitas, pelo alunos como uma forma de ser capaz de ajudar o aluno durante uma aula ou para avaliar o trabalho feito após a aula, ou mesmo como uma forma para transmitir o trabalho feito por um estudante para o resto da classe. Numa próxima versão do WGL os alunos serão capazes de trabalhar de forma colaborativa, observando e trocando com outras construções. A WGL visa proporcionar um ambiente de aprendizagem de geometria usando todo o potencial de um dado DGS, a facilidade de acesso fornecido por uma plataforma na rede e com uma memória individualizada fornecida por uma base de dados onde toda a história de cada aluno é mantida. Com a inclusão de um GATP e a implementação de alguns recursos, a WGL pretende ser um ambiente para a geometria adaptativa, colaborativa de aprendizagem mista.

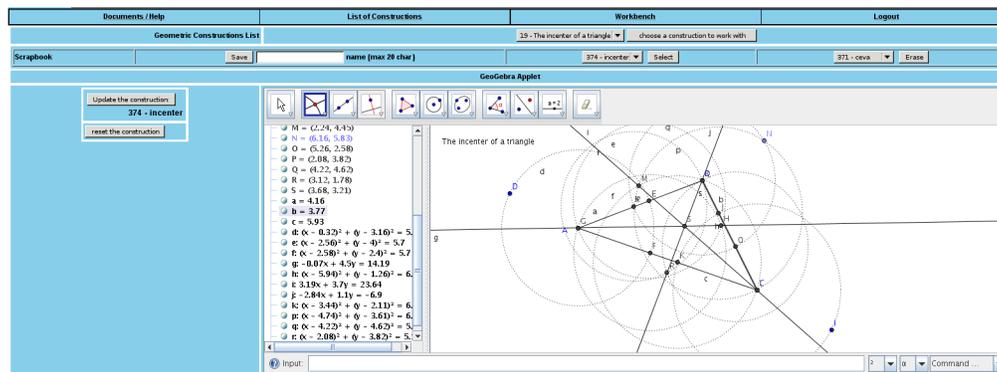


Figura 2: Laboratório de Geometria na Rede — Ambiente de Trabalho

4 Caso de Estudo

O exemplo será sobre os pontos notáveis de um triângulo, por exemplo o incentro, o circuncenter e o ortocentro. A lição deve ter dois momentos distintos: durante a aula a introdução do incentro e sua construção pelos alunos utilizando a WGL; depois da aula os outros dois pontos notáveis. Antes da aula, durante a fase de planeamento, o professor vai utilizar o WGL para preparar um conjunto de construções a serem entregues durante a aula: uma construção inicial com o triângulo (Figura 3); a construção da bissetriz do ângulo interno (Figura 5); a intersecção das três bissetrizes, o incentro, (Figura 6); e o

incircle (Figura 7).

Para cada uma dessas construções, o professor pode decidir quais serão visíveis para os alunos e qual será visível apenas para si mesmo/ela mesma. Na figura 4 podemos ver a perspectiva do professor e o dos alunos.

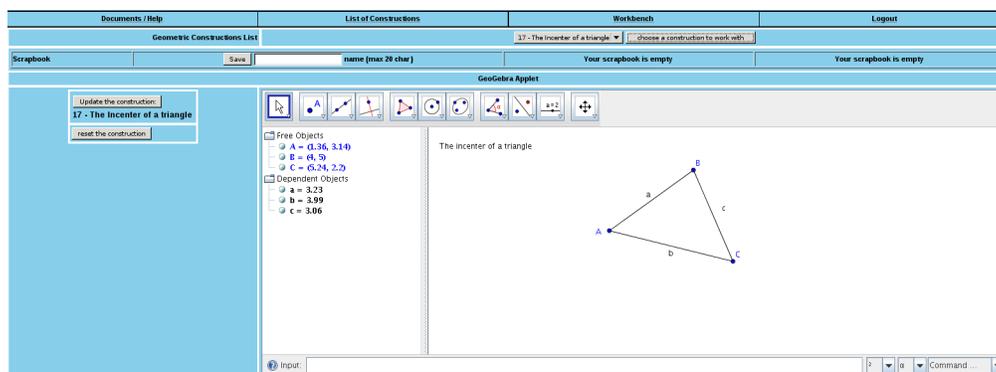


Figura 3: Construção Inicial

Name		Level			
The incenter of a triangle	The incenter of a triangle is the center of	4	See Details	Update	Delete
Teorema de Ceva	Teorema de Ceva	-32	See Details	Update	Delete
Teorema de Pappus	Sejam A, B e C três pontos numa recta r, CB1 com C1B. Prova-se que os pontos P,	-32	See Details	Update	Delete

Name		Level	See Details
The incenter of a triangle	The incenter of a triangle	4	See Details

Figura 4: Lista de Construções / Privilégios de acesso

Durante a aula, talvez depois de uma introdução inicial dos pontos notáveis de um triângulo, o professor pode pedir aos alunos para fazerem o seu registo no WGL, carregar a construção inicial (ver Figuras 3 e 4), e para começar a trabalhar sobre a primeira tarefa, a construção da bissetriz do ângulo (ver Figura 5).

Neste ponto, todos os alunos podem aceder a construção feita pelo professor e os alunos podem começar a trabalhar individualmente. Numa perspectiva colaborativa, os alunos devem ser autorizados a trocar os seus trabalhos entre os grupos e mesmo de serem capazes de fazerem a construção em colaboração. Na actual implementação de WGL só o professor tem acesso a todos os trabalhos dos alunos (note as diferentes abas com o nome de estudantes na Figura 6). Isso deve ser muito melhorada numa próxima versão do WGL, a implementação do sistema de privilégios dos alunos devem permitir estender este grupos de estudantes que trabalhem colaborativamente.

Como foi dito acima o professor tem acesso a todas as construções dos alunos. A qualquer momento o professor pode ajudar um aluno ou um grupo de alunos e, quando a tarefa estiver concluída, o professor pode transmitir o solução, como ponto de partida de uma nova tarefa, por exemplo encontrar outras bissetrizes e seu ponto de intersecção (ver Figura 6). A solução pode ser previamente elaborado e transmitido pelo professor.

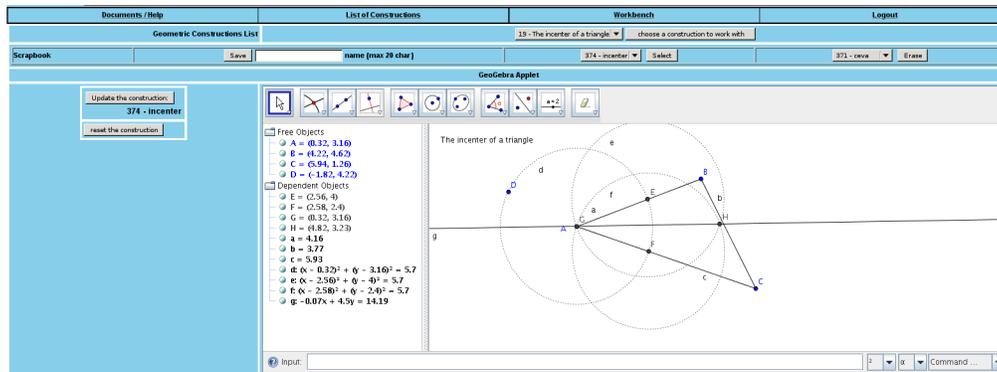


Figura 5: Ângulo Bissetor

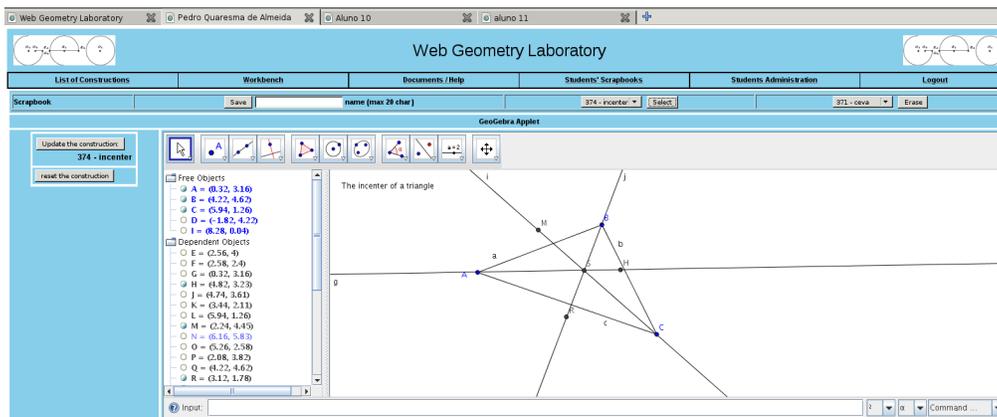


Figura 6: Incentro & Botões dos Alunos

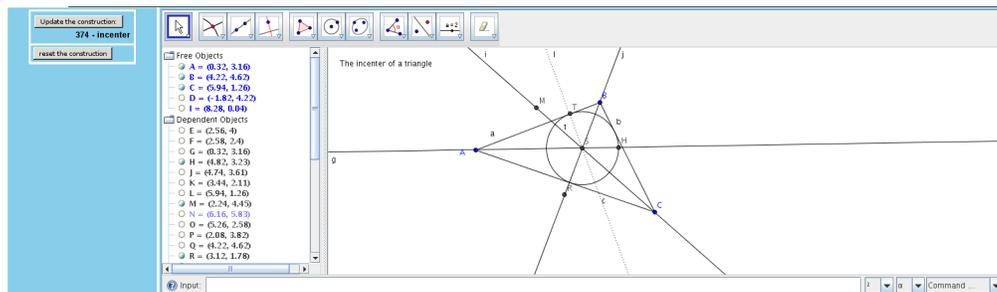


Figura 7: Incircle

5 Conclusões

Conclusões: A integração de programas de geometria dinâmica no ambiente escolar permite diversificar o estudo da geometria, aumentando o seu lado dinâmico. Um objectivo é o de colocar os estudantes em frente de um “demonstração visual” de vários estudos de caso. A capacidade de perceber diferentes representações da mesma construção é um ponto estratégico para o desenvolvimento do aluno. O controle de configurações geométricas leva à descoberta de novas propriedades. O processo de apren-

dizagem permite fazer experiências, desenvolver estratégias, fazer conjecturas e deduzir propriedades matemáticas, e com o uso dos provadores de teoremas geométricos automatizados para introduzir o raciocínio dedutivo formal. O Laboratório de Geometria na Rede permitirá aos professores a usar os DGSs e GATPs de certa forma mais proveitosa. O professor será capaz de preparar um conjunto de construções com antecedência e fornecê-los para uma turma facilmente. Permitirá também aos professores para acompanhar cada aluno, durante a aula e depois da aulas. Ao mesmo tempo, os estudantes terão uma plataforma individual para a aprendizagem geometria ao seu próprio ritmo.

O objectivo deste projecto é construir um ambiente onde o aluno possa compreender as diferenças e as conexões entre essas duas perspectivas e melhorar seu conhecimento. Um sistema em que o aluno pode também ser desafiados por novos problemas, dando a oportunidade ao aluno para desenvolver e melhorar o seu estudo na área da geometria em qualquer lugar, a qualquer momento e ao seu próprio ritmo.

Trabalho Futuro: O projecto do Laboratório de Geometria na Rede é um trabalho em progressão. Como primeira tarefa precisa completar um primeiro protótipo de um sistema autónomo capaz de ser distribuído para escolas e/ou professores. Tal sistema já deverá incluir um conjunto de construções geométricas e um plano de estudos para ajudar os professores a organizar os seus trabalhos. A integração de uma GATP e/ou um provador de teoremas interactivo (*Interactive Theorem Proving* – ITP) é também uma característica desejada e prevê-se como uma tarefa a ser prosseguida em paralelo com as tarefas descritas. As características adaptativas e de colaboração devem ser estudadas para ter uma melhor compreensão de como usá-los num contexto geométrico.

Referências

- [1] Departamento do Ensino Secundário. Matemática a, cursos gerais de ciências naturais, ciências e tecnologias, ciências sócio-económicas. Technical report, Ministério da Educação, República Portuguesa, 2011.
- [2] K. Georgouli. Virtual learning environments - an overview. In *Informatics (PCI), 2011 15th Panhellenic Conference on*, pages 63–67, 30 2011-oct. 2 2011.
- [3] Maria Alice Gravina. *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação., 2001. Orientador: Santarosa, Lucila Maria Costi; Programa: Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação.
- [4] René Grothmann. About C.a.R. <http://compute.ku-eichstaett.de/MGF/wikis/caruser/doku.php?id=history>, 2011.
- [5] Cristina Haguenaer, Regina C. M. Kopke, Ana Lúcia Quental Victorino, and Francisco Cordeiro Filho. Ambientes colaborativos de aprendizagem no apoio ao ensino presencial: A experiência do programa de pós-graduação em educação da ufrj. *Colabor@ - Revista Digital da CVA - Ricesu*, 4(16):1–12, 2007.
- [6] M Hohenwarter. Geogebra - a software system for dynamic geometry and algebra in the plane. Master's thesis, University of Salzburg, Austria, 2002.
- [7] Dorothea Iglezakis. Adaptive help for webbased applications. In *Adaptive Hypermedia and Adaptive Web-based systems*, number 3137 in LNCS, pages 304–307. Springer-Verlag, 2004.
- [8] N Jackiw. *The Geometer's Sketchpad v4.0*. Key Curriculum Press, 2001.
- [9] P. Janičić, J. Narboux, and P. Quaresma. The Area Method: a recapitulation. *Journal of Automated Reasoning*, 2011. online.
- [10] Deepak Kapur. Using Gröbner bases to reason about geometry problems. *Journal of Symbolic Computation*, 2(4):399–408, 1986.

- [11] Miguel Angel Mora and Roberto Moriyón. Collaborative analysis and tutoring: the fact framework. In *Advanced Learning Technologies, 2001. Proceedings. IEEE International Conference on*, pages 82–85, 2001.
- [12] R Moriyón, F Saiz, and M Mora. *GeoThink: An Environment for Guided Collaborative Learning of Geometry*, volume 4 of *Nuevas Ideas en Informática Educativa*, pages 198–206. J. Sánchez (ed), Santiago de Chile, 2008.
- [13] Jürgen Richter-Gebert and Ulrich Kortenkamp. *The Interactive Geometry Software Cinderella*. Springer, 1999.
- [14] W.-T. Wu. The characteristic set method and its application. In X.-S. Gao and D. Wang, editors, *Mathematics Mechanization and Applications*, pages 3–41, San Diego, CA, 2000. Academic Press.